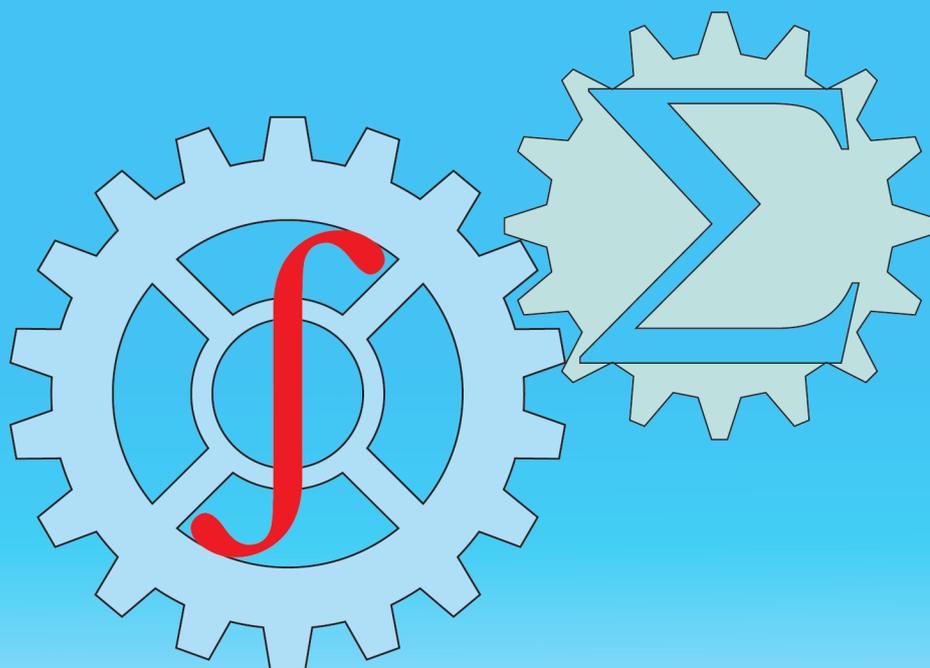




ISSN: 2010-7250
Published from 1992

Институт механики и сейсмостойкости сооружений
Mechanika va inshootlar seysmik mustahkamligi instituti

МЕХАНИКА МУАММОЛАРИ ПРОБЛЕМЫ МЕХАНИКИ PROBLEMS OF MECHANICS



2025
Volume 34
No: 4

O‘ZBEKISTON RESPUBLIKASI FANLAR AKADEMIYASI
АКАДЕМИЯ НАУК РЕСПУБЛИКИ УЗБЕКИСТАН

МЕХАНИКА
МУАММОЛАРИ

O‘ZBEKISTON
JURNALI

4

2025

УЗБЕКСКИЙ
ЖУРНАЛ

ПРОБЛЕМЫ
МЕХАНИКИ

Журнал под таким названием издается с января 1992 г.

Ташкент – 2025

РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ

Главный редактор – докт. физ.-мат. наук, проф. К.С. СУЛТАНОВ
Заместитель главного редактора – докт. физ.-мат. наук Р.А. АБИРОВ
Заместитель главного редактора – PhD Н.А. НИШОНОВ
Ответственный секретарь – докт. тех. наук М.М. ХАМДАМОВ

Абдикаримов Р.А. д.ф.-м.н., проф. (Ташкент)	Мирсаидов М. д.т.н., проф., акад. АН РУз (Ташкент)
Абдусаттаров А. д.т.н., проф. (Ташкент)	Мухаммадиев Д.М. д.т.н., проф. (Ташкент)
Азимов Д. д.т.н., проф. (США)	Панахов Г.М. д.т.н., проф., член-корр. НАНА (Баку)
Алдошин Н.В. д.т.н., проф. (Москва)	Паровик Р. д.ф.-м.н. (Петропавловск-Камчатский)
Алимухамедов Ш.П. д.т.н., проф. (Ташкент)	Ризаев А.А. д.т.н., проф. (Ташкент)
Ахмедов А.Б. д.ф.-м.н., проф. (Ташкент)	Сагдиев Х.С. к.т.н. (Ташкент)
Бахадиров Г.А. д.т.н., проф. (Ташкент)	Сирожиддинов З. д.т.н., проф. (Самарканд)
Быковцев А.С. д.ф.-м.н., проф. (США)	Старовойтов Э.И. д.ф.-м.н. (Гомель, Беларусь)
Ватин Н.И. д.т.н., проф. (Санкт-Петербург)	Тохилов Ш.М. к.ф.-м.н. (США)
Дусматов О.М. д.ф.-м.н., проф. (Самарканд)	Тухтакузиев А.Т. д.т.н., проф. (Ташкент)
Зубарев А.Ю. д.ф.-м.н., проф. (Екатеринбург)	Юлдашев Ш.С. д.т.н., проф. (Наманган)
Исмоилова С.И. д.т.н., проф. (Ташкент)	Худайкулиев Р.Р. к.т.н. (Ташкент)
Казанцев С.П. д.т.н., проф. (Москва)	Хужаев И.К. д.т.н., проф. (Ташкент)
Кузнецов С.В. д.ф.-м.н., проф. (Москва)	Хужаёров Б.Х. д.ф.-м.н., проф. (Самарканд)
Маликов З.М. д.т.н., проф. (Ташкент)	Хусанов Б.Э. д.т.н. (Ташкент)
Мамасаидов М.Т. д.т.н., проф., акад. НАН КР (Ош)	Шардаков И.Н. д.ф.-м.н., проф. (Пермь)
Мардонов Б.М. д.ф.-м.н., проф. (Ташкент)	Эргашов М. д.т.н., проф. (Ташкент)
Матвеев В.П. д.т.н., проф., акад. РАН (Пермь)	Ювмитов А.С. д.т.н., с.н.с. (Ташкент)

Адрес редакции:

*100125, Ташкент, Академгородок, Дурмон йули, 40.
Институт механики и сейсмостойкости сооружений им. М.Т. Уразбаева АН РУз*

*Телефон: +99855 520-02-45
+99855 520-04-46*

E-mail: instmechofficial@gmail.com

Технический редактор: Михайлова В.В.

Журнал зарегистрирован Агентством по печати и информации Республики Узбекистан 22.12.2006 г.
Регистрационный номер 0050.

Номер одобрен на заседании редакционной коллегии журнала 25.12.2025

Сдано в набор 15.12.2025. Подписано в печать 29.12.2025.

Формат 60×84 ¹/₈. Гарнитура Times New Roman. Ризография.

Усл.- печ. л. 6.5. Уч.-изд. л. 6.82. Тираж 130.

Цена договорная.

Отпечатано в типографии ООО “Munis design group”:

100170, г. Ташкент, ул. Буз-2, презд, дом 17-А.

- [2] Гмурман В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика. 6-е изд. М.: Юрайт, 2016, 480 с.
- [3] Вентцель Е.С., Овчаров Л.А. Теория вероятностей и её инженерные приложения. 4-е изд., стер. М.: Высшая школа, 2007, 491 с.
- [4] Александрова О.В., и др. Статистические методы решения технологических задач. М.: Издательство МИСИ-МГСУ, 2015, 160 с.
- [5] Громыко Г.Л. Теория статистики: практикум. 2-е изд., доп. и перераб. М.: ИНФРА-М, 2001, 352 с.
- [6] Ермолаев Н.Н., Михеев В.В. Надёжность оснований сооружений. Л.: Стройиздат, 1976, 152 с.
- [7] ГОСТ 10180–2012. Бетоны. Методы определения прочности по контрольным образцам. М.: Стандартинформ, 2012, 31 с.
- [8] Ўз ДСт. 779:2023. Бетонлар. Назорат намунаси бўйича мустаҳкамликни аниқлаш усуллари. Тошкент: Ўзбекистон давлат стандарти, 2023, 18 с.
- [9] Сирожиддинов З.С. Расчёт и проектирование свайных фундаментов на основе теории надёжности: Дисс. на соискание уч. степ. д.т.н. Москва, МГСУ. 1993. 352 с.

Дата поступления
10.09.2025

Sirojiddinov Z., Gulomova X.A. Beton mustahkamligi sinovlari natijalarining ehtimollik-statistik tahlili
Annottatsiya. Maqolada mineral va kimyoviy qo'shimchalar bilan modifikatsiya qilingan mayda donador beton namunalari sinovdan o'tkazish jarayonida olingan natijalarining vakolatligini ta'minlanishi bilan bog'liq asosiy talablari ko'rib chiqildi. Sinov natijalarini statistik baholashda ishonch intervallari, standart og'ish va variatsiya koeffitsientini aniqlandi. Tayyorlangan namuna etalonlar orqali hisoblash algoritmlari, ehtimoliy qiymatlarni aniqlash, ishonchlik koeffitsientlarini tanlash va ularning normativ me'yorlar bilan bog'liq jihatlari yoritilgan.

Kalit so'zlari: betonning kubik mustahkamligi, beton tarkibi, statistik baholash, ishonch intervallari, standart og'ish, variatsiya koeffitsienti, ehtimoliy qiymat, etalon, kafolatli, normativ me'yorlar

Sirojiddinov Z., Gulomova Kh.A. Probabilistic-statistical analysis of concrete strength test results

Abstract. This paper discusses the key factors that ensure the reliability of results from tests on fine-grained concrete specimens modified with mineral and chemical additives. Within the framework of statistical-probabilistic analysis, confidence intervals, standard deviation, and the coefficient of variation were determined. The study highlights calculation algorithms based on reference specimens, the determination of probabilistic values, the selection of reliability factors, and their relation to regulatory requirements.

Keywords: cube strength of concrete, concrete composition, statistical evaluation, confidence intervals, standard deviation, coefficient of variation, probabilistic value, reference specimen, guaranteed value, regulatory indicators.

УДК 539.3

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОДОЛЬНО-РАДИАЛЬНЫХ КОЛЕБАНИЙ ТРАНСВЕРСАЛЬНО-ИЗОТРОПНЫХ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ОБОЛОЧЕК, НЕСТАЦИОНАРНО ВЗАИМОДЕЙСТВУЮЩИХ С ВНУТРЕННЕЙ ВЯЗКОЙ ЖИДКОСТЬЮ

¹Мамасолиев К., ^{1,2}Исмоилов Э.А.

¹Самаркандский государственный архитектурно-строительный университет имени Мирзо Улугбека, Самарканд, Узбекистан.

²Самаркандский государственный университет имени Шарафа Рашидова, Самарканд, Узбекистан.
E-mail: q-mamasoliev@mail.ru, eismoilov.samsu@gmail.com

Аннотация. В данной работе математически моделируются продольно-радиальные колебания трансверсально-изотропной цилиндрической оболочки, взаимодействующей с внутренней вязкой жидкостью. Взаимодействие между оболочкой и жидкостью рассматривается на основе уточненных уравнений движения. Для решения уравнений используются преобразования Фурье и Лапласа, граничные и контактные условия, а также метод конечных разностей. На основе практической задачи построены графики перемещений и показано их соответствие физической сущности. Результаты исследования имеют большое значение для проектирования и оптимизации промышленных конструкций.

Ключевые слова: трансверсально-изотропная цилиндрическая оболочка, вязкая жидкость, продольно-радиальные колебания, анализ смещений, граничные условия, условия контакта.

Введение. Упругие колебания цилиндрических оболочек и их взаимодействие с внутренними жидкостями играют важную роль в нефте- и газопроводах, реактивных двигателях и подводных сооружениях. Часто эти процессы изучаются в идеальных условиях, и сложные взаимодействия с жидкостью не учитываются в полной мере. Поэтому для определения продольно-радиальных колебаний трансверсально-изотропных цилиндрических оболочек необходимы усовершенствованные математические модели. В данной работе вместо традиционных гипотез были выведены уравнения продольно-радиальных колебаний обо-

лочки, взаимодействующей с внутренней вязкой жидкостью, на основе уточненных уравнений. Были определены граничные условия между жидкостью и оболочкой, а для общего решения использовались преобразования Фурье и Лапласа. Решая полученную систему уравнений, были получены интегро-дифференциальные уравнения для основных частей средних смещений поверхности и определены их решения. Результаты исследования способствуют более глубокому пониманию динамических свойств цилиндрических оболочек, взаимодействующих с внутренними жидкостями, и оптимизации промышленных систем.

Научные исследования, проведенные в области моделирования продольно-радиальных колебаний трансверсально-изотропных цилиндрических оболочек при их взаимодействии с внутренней вязкой жидкостью, составляют теоретическую основу данной работы.

В последние годы научное значение приобрело моделирование продольно-радиальных колебаний, возникающих в результате взаимодействия трансверсально-изотропных цилиндрических оболочек с внутренней вязкой жидкостью. В [1] разработаны первые модели, описывающие распространение продольных и поперечных волн в оболочках. На основе работы [2] теоретически изучено распространение звуковых волн внутри цилиндрической оболочки. Продольные колебания в круглой цилиндрической оболочке, заполненной внутренней вязкой жидкостью [3], возбуждались продольным моментом, и предполагалось, что оболочка или поверхность не подвергаются внешним нагрузкам.

Были созданы точные трехмерные математические модели [4, 5], учитывающие взаимодействие жидкости и оболочки, и найдены решения на основе классических и усовершенствованных приближенных уравнений колебаний. В этих работах нестационарные продольно-радиальные крутильные колебания трансверсально-изотропной цилиндрической оболочки, взаимодействующей с внутренней вязкой жидкостью, выражены с помощью интегральных операторов Больцмана-Вольтерра. Представлены уравнения движения слоя и жидкости в цилиндрических координатах и условия контакта [6, 7, 8]. Также рассмотрены торсионные колебания и граничные условия в трансверсально-изотропных цилиндрических оболочках, взаимодействующих с внутренней вязкой жидкостью [10, 11], которые связаны с настоящей работой и укрепляют теоретические основы.

Эти исследования являются важной научной и практической основой для определения уравнений продольно-радиальных колебаний трансверсально-изотропных цилиндрических оболочек, взаимодействующих с внутренней жидкостью.

Постановка задачи. Пусть l будет длиной, r_2 внешним радиусом, r_1 внутренним радиусом и $h = r_2 - r_1$ толщиной исследуемой цилиндрической оболочки (рис. 1). Рассмотрим задачу о взаимодействии нестационарной цилиндрической оболочки с внутренней вязкой жидкостью. Для задачи о трансверсально-радиальных колебаниях цилиндрической оболочки получаем компоненты вектора перемещения U_r и U_z :

$$U_r = U_r(r, z), \quad U_z = U_z(r, z). \quad (1)$$

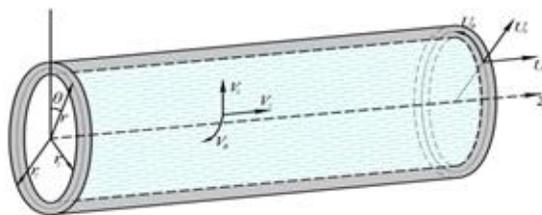


Рис.1. Цилиндрическая оболочка

Соотношения Коши в цилиндрической системе координат имеют следующий вид:

$$\varepsilon_{rr} = \frac{\partial U_r}{\partial r}; \quad \varepsilon_{\theta\theta} = \frac{U_r}{r}; \quad \varepsilon_{zz} = \frac{\partial U_z}{\partial z}; \quad \varepsilon_{rz} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial U_r}{\partial z} + \frac{\partial U_z}{\partial r} \right). \quad (2)$$

Компоненты тензора напряжений для трансверсально-изотропного тела в цилиндрической системе координат в симметричном положении относительно оси записываются следующим образом:

$$\sigma_{rr} = C_{11} \frac{\partial U_r}{\partial r} + C_{12} \frac{U_r}{r} + C_{13} \frac{\partial U_z}{\partial z}; \sigma_{\theta\theta} = C_{12} \frac{\partial U_r}{\partial r} + C_{11} \frac{U_r}{r} + C_{13} \frac{\partial U_z}{\partial z}; \sigma_{zz} = C_{13} \left(\frac{\partial U_r}{\partial r} + \frac{U_r}{r} \right) + C_{33} \frac{\partial U_z}{\partial z}; \quad (3)$$

где C_{ij} - константы для поперечно-изотропного тела.

Уравнения движения записываются в цилиндрической системе координат, симметричной относительно оси, в следующем виде:

$$C_{11} \frac{\partial^2 U_r}{\partial r^2} - \frac{C_{12}}{r^2} U_r + \frac{C_{12}}{r} \frac{\partial U_r}{\partial r} + C_{13} \frac{\partial^2 U_z}{\partial r \partial z} + C_{44} \left(\frac{\partial^2 U_r}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 U_z}{\partial r \partial z} \right) + \frac{C_{11} - C_{12}}{r} \frac{\partial U_r}{\partial r} + \frac{C_{12} - C_{11}}{r^2} U_r = \rho \frac{\partial^2 U_r}{\partial t^2}; \quad (4)$$

$$C_{44} \left(\frac{\partial^2 U_r}{\partial r \partial z} + \frac{\partial^2 U_z}{\partial r^2} \right) + C_{13} \left(\frac{\partial^2 U_r}{\partial z \partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial U_r}{\partial r} \right) + C_{33} \frac{\partial^2 U_z}{\partial z^2} + C_{44} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial U_r}{\partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial U_z}{\partial r} \right) = \rho \frac{\partial^2 U_z}{\partial t^2}.$$

Мы описываем компоненты вектора смещения следующим образом:

$$U_r = \int_0^\infty \frac{\sin kz}{-\cos kz} \left. \right\} dk \int_{(i)} \tilde{U}_r e^{pt} dp; \quad (5)$$

$$U_z = \int_0^\infty \frac{\cos kz}{\sin kz} \left. \right\} dk \int_{(i)} \tilde{U}_z e^{pt} dp.$$

Подставляем выражения (5) в систему дифференциальных уравнений движения (4):

$$\tilde{C}_{11} \left(\frac{\partial^2 \tilde{U}_r}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \tilde{U}_r}{\partial r} - \frac{1}{r^2} \tilde{U}_r \right) + \tilde{C}_{44} k^2 \tilde{U} - k (\tilde{C}_{13} + \tilde{C}_{44}) \frac{\partial \tilde{U}_z}{\partial r} = \rho p^2 \tilde{U}_r; \quad (6)$$

$$\tilde{C}_{44} \left(\frac{\partial^2 \tilde{U}_z}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \tilde{U}_z}{\partial r} \right) - k^2 \tilde{C}_{33} \tilde{U}_z - k (\tilde{C}_{44} + \tilde{C}_{13}) \left(\frac{\partial \tilde{U}_r}{\partial r} + \frac{\tilde{U}_r}{r} \right) = \rho p^2 \tilde{U}_z;$$

Вводим следующие обозначения

$$\tilde{\Delta}_0 = \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} - \frac{1}{r^2}; \quad \tilde{B}_1 = \frac{1}{\tilde{C}_{11}} (\tilde{C}_{13} + \tilde{C}_{44}); \quad \tilde{B}_2 = \frac{1}{\tilde{C}_{44}} (\tilde{C}_{13} + \tilde{C}_{44}). \quad (7)$$

Учитывая определения (7), дифференцируем вторую часть системы уравнений (8) по r в следующей форме:

$$\tilde{\Delta}_0 \tilde{U}_r + (\tilde{C}_{44} \tilde{C}_{11}^{-1} k^2 - \rho p^2 \tilde{C}_{11}^{-1}) \tilde{U}_r - k \tilde{B}_1 \frac{\partial \tilde{U}_z}{\partial r} = 0; \quad \tilde{\Delta}_0 \frac{\partial \tilde{U}_z}{\partial r} - (k^2 \tilde{C}_{33} \tilde{C}_{44}^{-1} + \rho p^2 \tilde{C}_{44}^{-1}) \frac{\partial \tilde{U}_z}{\partial r} - k \tilde{B}_2 \tilde{\Delta}_0 \tilde{U}_r = 0. \quad (8)$$

Из первого уравнения системы (9) получаем следующее

$$k \tilde{B}_1 \frac{\partial \tilde{U}_z}{\partial r} = \tilde{\Delta}_0 \tilde{U}_r + \left(\frac{\tilde{C}_{44} k^2}{\tilde{C}_{11}} - \frac{\rho p^2}{\tilde{C}_{11}} \right) \tilde{U}_r. \quad (9)$$

Уравнение (9) можно записать в следующем виде:

$$(\tilde{\Delta} - \alpha_1^2)(\tilde{\Delta} - \alpha_2^2) \tilde{U}_r = 0. \quad (10)$$

Согласно теореме Т. Боджо [12], решение (10) равно сумме следующих решений:

$$\frac{d^2 U_i}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dU_i}{dr} - \left(\alpha_i^2 + \frac{1}{r^2} \right) U_i = 0 \quad (i=1,2). \quad (11)$$

Общее решение уравнения (10) равно

$$\tilde{U}_r = A_1 I_1(\alpha_1 r) + D_1 K_1(\alpha_1 r) + A_2 I_1(\alpha_2 r) + D_2 K_1(\alpha_2 r). \quad (12)$$

Подставляя решение (12) в первое уравнение системы (8), получаем:

$$k \tilde{B}_1 \tilde{U}_z = \frac{\alpha_1^2 - \alpha^2}{\alpha_1} [A_1 I_0(\alpha_1 r) + D_1 K_0(\alpha_1 r)] + \frac{\alpha_2^2 - \alpha^2}{\alpha_1} [A_2 I_0(\alpha_2 r) + D_2 K_0(\alpha_2 r)], \quad (13)$$

здесь $\alpha^2 = \rho \tilde{C}_{11}^{-1} p^2 + k^2 \tilde{C}_{44} \tilde{C}_{11}^{-1}$.

Мы разлагаем смещения (12) и (13) в ряд по рангу в радиальной координате r .

$$\begin{aligned}\tilde{U}_z &= \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{\alpha_1^2 - \alpha^2}{k\alpha_1\tilde{B}_1} \alpha_1^{2n} A_{10} + \frac{\alpha_2^2 - \alpha^2}{k\alpha_2\tilde{B}_1} \alpha_2^{2n} A_{20} \right) \frac{(r/2)^{2n}}{(n!)^2} + \sum_{n=0}^{\infty} \eta_{6,n}(r) \left(\frac{\alpha_1^2 - \alpha^2}{k\alpha_1\tilde{B}_1} \alpha_1^{2n} D_1 + \frac{\alpha_2^2 - \alpha^2}{k\alpha_2\tilde{B}_1} \alpha_2^{2n} D_2 \right) \frac{(r/2)^{2n}}{(n!)^2}; \\ \tilde{U}_r &= \frac{1}{r} \left(\frac{D_1}{\alpha_1} + \frac{D_2}{\alpha_2} \right) + \sum_{n=0}^{\infty} (A_{10}\alpha_1^{2n+1} + A_{20}\alpha_2^{2n+1}) \frac{(r/2)^{2n+1}}{n!(n+1)!} + \sum_{n=0}^{\infty} \eta_{7,n}(r) (D_1\alpha_1^{2n+1} + D_2\alpha_2^{2n+1}) \frac{(r/2)^{2n+1}}{n!(n+1)!};\end{aligned}\quad (14)$$

здесь

$$\begin{aligned}A_{10} &= A_1 + D_1 \left[\ln \frac{\alpha_1 \xi}{2} - \psi(1) \right]; A_{20} = A_2 + D_2 \left[\ln \frac{\alpha_2 \xi}{2} - \psi(1) \right]; \\ \eta_{6,n}(r) &= \ln \frac{r}{\xi} - \sum_{k=1}^n \frac{1}{k}; \eta_{7,n}(r) = \ln \frac{r}{\xi} - \sum_{k=1}^n \frac{1}{k} - \frac{1}{2(n+1)}.\end{aligned}$$

Получаем следующие граничные условия для продольно-радиальных колебаний рассматриваемой цилиндрической оболочки:

$$\sigma_{rr}(r, z, t)|_{r=r_i} = f_r(z, t)|_{r=r_i}, \sigma_{rz}(r, z, t)|_{r=r_i} = f_r(z, t)|_{r=r_i}, \sigma_{rr}(r, z, t)|_{r=r_e} = -P_{rr}(r, z, t)|_{r=r_e}, \sigma_{rz}(r, z, t)|_{r=r_e} = -P_{rz}(r, z, t)|_{r=r_e}. \quad (15)$$

В (15) мы заменяем напряжения и внешние силы в граничных условиях следующим образом:

$$[\sigma_{rr}, P_{rr}, f_r] = \int_0^{\infty} \frac{\sin kz}{-\cos kz} \left. \right\} dk \int_{(l)} [\tilde{\sigma}_{rr}, \tilde{P}_{rr}, \tilde{f}_r] e^{pt} dp; [\sigma_{rz}, P_{rz}, f_r] = \int_0^{\infty} \frac{\cos kz}{\sin kz} \left. \right\} dk \int_{(l)} [\tilde{\sigma}_{rz}, \tilde{P}_{rz}, \tilde{f}_{rz}] e^{pt} dp. \quad (16)$$

Применяем подстановки (16) к (15), и тогда получаем следующее

$$\tilde{\sigma}_{rr}(r, k, p)|_{r=r_i} = \tilde{f}_r(k, t); \tilde{\sigma}_{rz}(r, k, p)|_{r=r_i} = \tilde{f}_{rz}(k, p); \tilde{\sigma}_{rr}(r, k, p)|_{r=r_e} = -\tilde{P}_{rr}(r, k, p)|_{r=r_e}; \tilde{\sigma}_{rz}(r, k, p)|_{r=r_e} = -\tilde{P}_{rz}(r, k, p)|_{r=r_e}. \quad (17)$$

Напряжения $\tilde{\sigma}_{rr}$, $\tilde{\sigma}_{rz}$, \tilde{P}_{rr} , \tilde{P}_{rz} (P), включенные в эти выражения, можно записать следующим образом:

$$\tilde{\sigma}_{rr} = \tilde{C}_{11} \frac{\partial \tilde{U}_r}{\partial r} + \tilde{C}_{12} \frac{\tilde{U}_r}{r} - k\tilde{C}_{13} \tilde{U}_z; \tilde{\sigma}_{rz} = \tilde{C}_{44} \left(k\tilde{U}_r + \frac{\partial \tilde{U}_z}{\partial r} \right); \tilde{P}_{rr} = -\tilde{p}_s - \frac{2}{3} \mu_s \left(\frac{1}{r} \tilde{v}_r + \frac{\partial \tilde{v}_r}{\partial r} + k\tilde{v}_z \right) + \tilde{\mu}_s \frac{\partial \tilde{v}_r}{\partial r}; \tilde{P}_{rz} = \frac{1}{2} \mu_s \left(k\tilde{v}_r + \frac{\partial \tilde{v}_z}{\partial r} \right); \quad (18)$$

Тогда условие кинематической связи (15) также выполняется. Применяя подстановки (6)

$$v_r = \int_0^{\infty} \frac{\sin kz}{-\cos kz} \left. \right\} dk \int_{(l)} \tilde{v}_r e^{pt} dp; \quad v_z = \int_0^{\infty} \frac{\cos kz}{\sin kz} \left. \right\} dk \int_{(l)} \tilde{v}_z e^{pt} dp. \quad (19)$$

Исходя из этих кинематических условий контакта, мы получаем следующее:

$$p\tilde{U}_r = \tilde{v}_r; \quad p\tilde{U}_z = \tilde{v}_z. \quad (20)$$

С учетом этих выражений (20) формулу (18) можно записать следующим образом:

$$\begin{aligned}\tilde{\sigma}_{rr} &= \tilde{C}_{11} \frac{\partial \tilde{U}_r}{\partial r} + \tilde{C}_{12} \frac{\tilde{U}_r}{r} - k\tilde{C}_{13} \tilde{U}_z; \quad \tilde{\sigma}_{rz} = \tilde{C}_{44} \left(k\tilde{U}_r + \frac{\partial \tilde{U}_z}{\partial r} \right); \\ \tilde{P}_{rr} &= -\tilde{p}_s - \frac{2}{3} \tilde{\mu}_s p \left(\frac{1}{r} \tilde{U}_r + \frac{\partial \tilde{U}_r}{\partial r} + k\tilde{U}_z \right) + \tilde{\mu}_s p \frac{\partial \tilde{U}_r}{\partial r}; \quad \tilde{P}_{rz} = \frac{1}{2} \tilde{\mu}_s p \left(k\tilde{U}_r + \frac{\partial \tilde{U}_z}{\partial r} \right).\end{aligned}\quad (21)$$

Используя выражения (21), запишем граничные условия (17) следующим образом:

$$\begin{aligned}\tilde{C}_{11} \frac{\partial \tilde{U}_r}{\partial r} + \tilde{C}_{12} \frac{\tilde{U}_r}{r} - k\tilde{C}_{13} \tilde{U}_z &= f_r(k, t); \quad \tilde{C}_{44} \left(k\tilde{U}_r + \frac{\partial \tilde{U}_z}{\partial r} \right) = f_{rz}(k, t); \\ \left(\tilde{C}_{11} + \frac{1}{3} \tilde{\mu}_s p \right) \frac{\partial \tilde{U}_r}{\partial r} + \left(\tilde{C}_{12} - \frac{2}{3} \tilde{\mu}_s p \right) \frac{\tilde{U}_r}{r} - \left(k\tilde{C}_{13} + \frac{2}{3} \tilde{\mu}_s p k \right) \tilde{U}_z &= \tilde{p}_s; \quad \left(\tilde{C}_{44} + \frac{1}{2} \tilde{\mu}_s p \right) \left(k\tilde{U}_r + \frac{\partial \tilde{U}_z}{\partial r} \right) = 0.\end{aligned}\quad (22)$$

Подставляем (12) и (13) в полученную систему уравнений (22).

Заменяем ведущие части перемещения точек средней поверхности и коэффициенты α^2 ; α_1^2 и α_2^2 следующим образом:

$$[U_{r,0}(z, t); U_{r,1}(z, t)] = \int_0^{\infty} \frac{\sin kz}{-\cos kz} \left. \right\} dk \int_{(l)} [\tilde{U}_{r,0}(k, p); \tilde{U}_{r,1}(k, p)] e^{pt} dp;$$

$$[U_{z,0}(z,t); U_{z,1}(z,t)] = \int_0^\infty \frac{\cos kz}{\sin kz} dk \int_{(l)} [\tilde{U}_{z,0}(k,p); \tilde{U}_{z,1}(k,p)] e^{pt} dp; \quad (23)$$

$$\lambda^2 = \int_0^\infty \frac{\sin kz}{-\cos kz} dk \int_{(l)} \alpha^{2n} e^{pt} dp; \quad \lambda_1^{2n} = \int_0^\infty \frac{\sin kz}{-\cos kz} dk \int_{(l)} [\alpha_1^{2n} \alpha_2^{2n}] e^{pt} dp; \quad \lambda_2^n = \int_0^\infty \frac{\sin kz}{-\cos kz} dk \int_{(l)} [\alpha_1^{2n} + \alpha_2^{2n}] e^{pt} dp.$$

Математически упрощая и вычисляя систему уравнений, полученных в отношении $U_{r,0}$, $U_{z,0}$, $U_{r,1}$ и $U_{z,1}$ с помощью подстановок, получаем следующую систему уравнений:

$$\begin{aligned} & a_{11} \frac{\partial^5 U_{z,0}}{\partial t^5 \partial z} + a_{12} \frac{\partial^5 U_{z,0}}{\partial t^2 \partial z^3} + a_{13} \frac{\partial^5 U_{z,0}}{\partial z^5} + a_{14} \frac{\partial^3 U_{z,0}}{\partial t^2 \partial z} + a_{15} \frac{\partial^3 U_{z,0}}{\partial z^3} + b_{11} \frac{\partial^4 U_{r,0}}{\partial t^4} + b_{12} \frac{\partial^4 U_{r,0}}{\partial t^2 \partial z^2} + b_{13} \frac{\partial^4 U_{r,0}}{\partial z^4} + b_{14} \frac{\partial^2 U_{r,0}}{\partial t^2} + \\ & + b_{15} \frac{\partial^2 U_{r,0}}{\partial z^2} + n_{11} \frac{\partial^5 U_{z,1}}{\partial t^4 \partial z} + n_{12} \frac{\partial^5 U_{z,1}}{\partial t^2 \partial z^3} + n_{13} \frac{\partial^5 U_{z,1}}{\partial z^5} + n_{14} \frac{\partial^3 U_{z,1}}{\partial t^2 \partial z} + n_{15} \frac{\partial^3 U_{z,1}}{\partial z^3} + m_{11} \frac{\partial^4 U_{r,1}}{\partial t^4} + m_{12} \frac{\partial^4 U_{r,1}}{\partial t^2 \partial z^2} + \\ & + m_{13} \frac{\partial^4 U_{r,1}}{\partial z^4} + m_{14} \frac{\partial^2 U_{r,1}}{\partial t^2} + m_{15} \frac{\partial^2 U_{r,1}}{\partial z^2} = s_{11} \frac{\partial^2}{\partial t^2} f_r(z,t) + s_{12} \frac{\partial^2}{\partial z^2} f_r(z,t); \\ & a_{21} \frac{\partial^5 U_{z,0}}{\partial t^4 \partial z} + a_{22} \frac{\partial^5 U_{z,0}}{\partial t^2 \partial z^3} + a_{23} \frac{\partial^5 U_{z,0}}{\partial z^5} + b_{21} \frac{\partial^4 U_{r,0}}{\partial t^2 \partial z^2} + b_{22} \frac{\partial^4 U_{r,0}}{\partial z^4} + n_{21} \frac{\partial^5 U_{z,1}}{\partial t^4 \partial z} + n_{22} \frac{\partial^5 U_{z,1}}{\partial t^2 \partial z^3} + n_{23} \frac{\partial^5 U_{z,1}}{\partial z^5} + \\ & + m_{21} \frac{\partial^4 U_{r,1}}{\partial t^4} + m_{22} \frac{\partial^4 U_{r,1}}{\partial t^2 \partial z^2} + m_{23} \frac{\partial^4 U_{r,1}}{\partial z^4} = s_{21} \frac{\partial^3}{\partial z \partial t^2} f_{rz}(z,t) + s_{22} \frac{\partial^3}{\partial z^3} f_{rz}(z,t); \quad (24) \\ & a_{31} \frac{\partial^5 U_{z,0}}{\partial t^4 \partial z} + a_{32} \frac{\partial^5 U_{z,0}}{\partial t^2 \partial z^3} + a_{33} \frac{\partial^5 U_{z,0}}{\partial z^5} + a_{34} \frac{\partial^4 U_{z,0}}{\partial t^3 \partial z} + a_{35} \frac{\partial^4 U_{z,0}}{\partial t \partial z^3} + a_{36} \frac{\partial^3 U_{z,0}}{\partial t^2 \partial z} + a_{37} \frac{\partial^3 U_{z,0}}{\partial z^3} + b_{31} \frac{\partial^4 U_{r,0}}{\partial t^4} + b_{32} \frac{\partial^4 U_{r,0}}{\partial t^2 \partial z^2} + \\ & + b_{33} \frac{\partial^4 U_{r,0}}{\partial z^4} + b_{34} \frac{\partial^2 U_{r,0}}{\partial t^2} + b_{35} \frac{\partial^2 U_{r,0}}{\partial z^2} + n_{31} \frac{\partial^5 U_{z,1}}{\partial t^4 \partial z} + n_{32} \frac{\partial^5 U_{z,1}}{\partial t^2 \partial z^3} + n_{33} \frac{\partial^5 U_{z,1}}{\partial z^5} + n_{34} \frac{\partial^4 U_{z,1}}{\partial t^3 \partial z} + n_{35} \frac{\partial^4 U_{z,1}}{\partial t \partial z^3} + n_{36} \frac{\partial^3 U_{z,1}}{\partial t^2 \partial z} + n_{37} \frac{\partial^3 U_{z,1}}{\partial z^3} + \\ & + m_{31} \frac{\partial^4 U_{r,1}}{\partial t^4} + m_{32} \frac{\partial^4 U_{r,1}}{\partial t^2 \partial z^2} + m_{33} \frac{\partial^4 U_{r,1}}{\partial z^4} + m_{34} \frac{\partial^2 U_{r,1}}{\partial t^2} + m_{35} \frac{\partial^2 U_{r,1}}{\partial z^2} = s_{31} \frac{\partial^2 p_s}{\partial t^2} + s_{32} \frac{\partial^2 p_s}{\partial z^2}; \\ & a_{41} \frac{\partial^5 U_{z,0}}{\partial t^4 \partial z} + a_{42} \frac{\partial^5 U_{z,0}}{\partial t^2 \partial z^3} + a_{43} \frac{\partial^5 U_{z,0}}{\partial z^5} + b_{41} \frac{\partial^4 U_{r,0}}{\partial t^2 \partial z^2} + b_{42} \frac{\partial^4 U_{r,0}}{\partial z^4} + n_{41} \frac{\partial^5 U_{z,1}}{\partial t^4 \partial z} + n_{42} \frac{\partial^5 U_{z,1}}{\partial t^2 \partial z^3} + n_{43} \frac{\partial^5 U_{z,1}}{\partial z^5} + m_{41} \frac{\partial^4 U_{r,1}}{\partial t^4} + \\ & + m_{42} \frac{\partial^4 U_{r,1}}{\partial t^2 \partial z^2} + m_{43} \frac{\partial^4 U_{r,1}}{\partial z^4} = 0. \end{aligned}$$

Здесь коэффициенты системы уравнений (24) определяются из геометрических и физических параметров материала оболочки [13].

Решая систему уравнений (24), можем определить необходимые функции $U_{r,0}$, $U_{z,0}$, $U_{r,1}$ и $U_{z,1}$. Используя эти функции, можем рассчитать смещения, возникающие в точках пересечения круглых цилиндрических слоев и оболочек, взаимодействующих с внутренней вязкой жидкостью во время нестационарных колебаний.

Метод решения. Далее, на основе уравнений (24), мы рассмотрим практическую задачу о продольно-радиальных колебаниях круглых цилиндрических поперечно-изотропных слоев и оболочек, взаимодействующих с внутренней вязкой жидкостью. Введем следующие безразмерные величины:

$$r = lr^*; \quad z = lz^*; \quad C_{11} = CC_{11}^*; \quad t = \sqrt{\frac{\rho}{C}} lt^*; \quad U_{z,0} = lU_{z,0}^*; \quad U_{r,0} = U_{r,0}^*; \quad U_{z,1} = U_{z,1}^*; \quad U_{r,1} = lU_{r,1}^*. \quad (25)$$

Формируем систему уравнений в безразмерном состоянии, вводя безразмерные определения (25) в систему уравнений (24)

$$\begin{aligned} & \left(\bar{a}_{11} \frac{\partial^4}{\partial t^4} + \bar{a}_{12} \frac{\partial^4}{\partial t^2 \partial z^2} + \bar{a}_{13} \frac{\partial^4}{\partial z^4} + \bar{a}_{14} \frac{\partial^2}{\partial t^2} + \bar{a}_{15} \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) \frac{\partial}{\partial z} U_{z,0} + \left(\bar{b}_{11} \frac{\partial^4}{\partial t^4} + \bar{b}_{12} \frac{\partial^4}{\partial t^2 \partial z^2} + \bar{b}_{13} \frac{\partial^4}{\partial z^4} + \right. \\ & \left. + \bar{b}_{14} \frac{\partial^2}{\partial t^2} + \bar{b}_{15} \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) U_{r,0} + \left(\bar{n}_{11} \frac{\partial^4}{\partial t^4} + \bar{n}_{12} \frac{\partial^4}{\partial t^2 \partial z^2} + \bar{n}_{13} \frac{\partial^4}{\partial z^4} + \bar{n}_{14} \frac{\partial^2}{\partial t^2} + \bar{n}_{15} \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) \frac{\partial}{\partial z} U_{z,1} + \\ & + \left(\bar{m}_{11} \frac{\partial^4}{\partial t^4} + \bar{m}_{12} \frac{\partial^4}{\partial t^2 \partial z^2} + \bar{m}_{13} \frac{\partial^4}{\partial z^4} + \bar{m}_{14} \frac{\partial^2}{\partial t^2} + \bar{m}_{15} \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) U_{r,1} = \left(\bar{s}_{11} \frac{\partial^2}{\partial t^2} + \bar{s}_{12} \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) f_r; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \left(\bar{a}_{21} \frac{\partial^4}{\partial t^4} + \bar{a}_{22} \frac{\partial^4}{\partial t^2 \partial z^2} + \bar{a}_{23} \frac{\partial^4}{\partial z^4} \right) \frac{\partial}{\partial z} U_{z,0} + \left(\bar{b}_{21} \frac{\partial^4}{\partial t^2 \partial z^2} + \bar{b}_{22} \frac{\partial^4}{\partial z^4} \right) U_{r,0} + \left(\bar{n}_{21} \frac{\partial^4}{\partial t^4} + \bar{n}_{22} \frac{\partial^4}{\partial t^2 \partial z^2} + \right. \\
& \left. + \bar{n}_{23} \frac{\partial^4}{\partial z^4} \right) \frac{\partial}{\partial z} U_{z,1} + \left(\bar{m}_{21} \frac{\partial^4}{\partial t^4} + \bar{m}_{22} \frac{\partial^4}{\partial t^2 \partial z^2} + \bar{m}_{23} \frac{\partial^4}{\partial z^4} \right) U_{r,1} = \left(\bar{s}_{21} \frac{\partial^3}{\partial z \partial t^2} + \bar{s}_{22} \frac{\partial^3}{\partial z^3} \right) f_{rz}; \quad (26) \\
& \left(\bar{a}_{31} \frac{\partial^4}{\partial t^4} + \bar{a}_{32} \frac{\partial^4}{\partial t^2 \partial z^2} + \bar{a}_{33} \frac{\partial^4}{\partial z^4} + \bar{a}_{34} \frac{\partial^3}{\partial t^3} + \bar{a}_{35} \frac{\partial^3}{\partial t \partial z^2} + \bar{a}_{36} \frac{\partial^2}{\partial t^2} + \bar{a}_{37} \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) \frac{\partial}{\partial z} U_{z,0} + \left(\bar{b}_{31} \frac{\partial^4}{\partial t^4} + \bar{b}_{32} \frac{\partial^4}{\partial t^2 \partial z^2} + \right. \\
& \left. + \bar{b}_{33} \frac{\partial^4}{\partial z^4} + \bar{b}_{34} \frac{\partial^2}{\partial t^2} + \bar{b}_{35} \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) U_{r,0} + \left(\bar{n}_{31} \frac{\partial^4}{\partial t^4} + \bar{n}_{32} \frac{\partial^4}{\partial t^2 \partial z^2} + \bar{n}_{33} \frac{\partial^4}{\partial z^4} + \bar{n}_{34} \frac{\partial^3}{\partial t^3} + \bar{n}_{35} \frac{\partial^3}{\partial t \partial z^2} + \bar{n}_{36} \frac{\partial^2}{\partial t^2} + \right. \\
& \left. + \bar{n}_{37} \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) \frac{\partial}{\partial z} U_{z,1} + \left(\bar{m}_{31} \frac{\partial^4}{\partial t^4} + \bar{m}_{32} \frac{\partial^4}{\partial t^2 \partial z^2} + \bar{m}_{33} \frac{\partial^4}{\partial z^4} + \bar{m}_{34} \frac{\partial^2}{\partial t^2} + \bar{m}_{35} \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) U_{r,1} = \left(\bar{s}_{31} \frac{\partial^2}{\partial t^2} + \bar{s}_{32} \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) p_s; \\
& \left(\bar{a}_{41} \frac{\partial^4}{\partial t^4} + \bar{a}_{42} \frac{\partial^4}{\partial t^2 \partial z^2} + \bar{a}_{43} \frac{\partial^4}{\partial z^4} \right) \frac{\partial}{\partial z} U_{z,0} + \left(\bar{b}_{41} \frac{\partial^4}{\partial t^2 \partial z^2} + \bar{b}_{42} \frac{\partial^4}{\partial z^4} \right) U_{r,0} + \left(\bar{n}_{41} \frac{\partial^4}{\partial t^4} + \bar{n}_{42} \frac{\partial^4}{\partial t^2 \partial z^2} + \right. \\
& \left. + \bar{n}_{43} \frac{\partial^4}{\partial z^4} \right) \frac{\partial}{\partial z} U_{z,1} + \left(\bar{m}_{41} \frac{\partial^4}{\partial t^4} + \bar{m}_{42} \frac{\partial^4}{\partial t^2 \partial z^2} + \bar{m}_{43} \frac{\partial^4}{\partial z^4} \right) U_{r,1} = 0.
\end{aligned}$$

Здесь коэффициенты системы уравнений (26) выражены в виде безразмерных величин (25)

$$\begin{aligned}
\bar{a}_{11} &= B_1 \left(B_1 C_{11} - C_{13} + \frac{C_{12}}{4} \right) \frac{1}{C_{11} C_{44}} \frac{r_2^2}{4}, \dots, \bar{b}_{11} = \left(\frac{B_1}{C_{44}} + \frac{C_{13}}{C_{11} C_{44}} - \frac{B_1 C_{12}}{4 C_{11} C_{44}} + \frac{1}{C_{11}} \left(\frac{1}{C_{11}} + \frac{1}{C_{44}} \right) \left(B_1 C_{11} + \frac{C_{12}}{4} B_1 - C_{13} \right) + C_{13} \frac{1}{C_{11}^2} \right) \frac{r_2^2}{4}, \dots \\
\bar{n}_{11} &= \xi \left[\frac{B_1}{C_{11}} \left(\frac{1}{C_{11}} + \frac{1}{C_{44}} \right) \left(\eta_{2,1}(r_2) (B_1 C_{11} - C_{13}) + \eta_{1,1}(r_2) \frac{B_1 C_{12}}{4} \right) \frac{r_2^2}{4} + \eta_{2,1}(r_2) B_1 \frac{C_{13}}{C_{11}^2} \frac{r_2^2}{4} \right], \dots, \bar{m}_{21} = -\xi \eta_{1,0}(r_2) \frac{r_2}{2} \frac{1}{C_{11} C_{44}}, \dots, \bar{s}_{11} = \frac{B_1}{C_{11}}, \dots
\end{aligned}$$

Анализ результатов. Для решения системы уравнений (26) используем метод конечных разностей. Для решения системы уравнений, разложенной с помощью метода конечных разностей с использованием программы *Maple*, геометрические размеры круглой цилиндрической оболочки берем следующими: $l = 1$ м, $r_1 = 0.2$ м, $r_2 = 0.128$ м. Мы прикладываем крутящие моменты к свободному концу круглой цилиндрической оболочки $z = 0$. Конец $z = l$ закрепляется винтом. Мы считаем, что материал круглой цилиндрической оболочки алюминий. Значения для алюминиевого материала: $\rho = 2700$ кг/м³, $E = 0.7 \cdot 10^{11}$ Н/м², $\nu = 0.33$, $C_{11} = 1.103 \cdot 10^{11}$ Н/м², $C_{12} = 0.543 \cdot 10^{11}$ Н/м², $C_{13} = 0.543 \cdot 10^{11}$ Н/м², $C_{33} = 1.103 \cdot 10^{11}$ Н/м², $C_{44} = 0.280 \cdot 10^{11}$ Н/м². Толщина цилиндрической оболочки составляет $h = r_2 - r_1$. В результате расчетов получены графики на рис. 2 и 3.

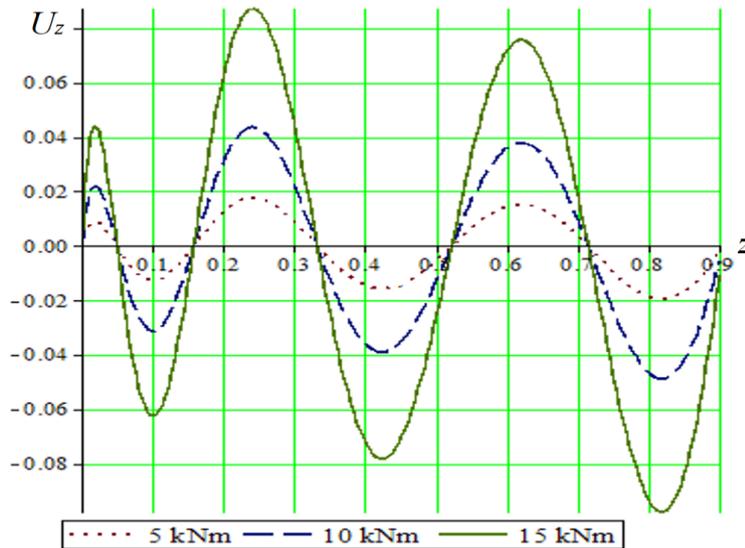


Рис. 2. График изменения компоненты вектора перемещения U_z в зависимости от координаты z при различных значениях момента силы

График на рис. 2 показывает, что при приложении момента силы $5 \cdot 10^3 \text{ Н}\cdot\text{м}$ к концу $z=0$ круглой цилиндрической оболочки, взаимодействующей с внутренней вязкой жидкостью, максимальное смещение составляет 0.018. Когда к концу цилиндрической оболочки в точке $z=0$ прикладывается крутящий момент $10 \cdot 10^3 \text{ Н}\cdot\text{м}$, максимальное значение смещения U_z составляет 0.043, а когда прикладывается крутящий момент $15 \cdot 10^3 \text{ Н}\cdot\text{м}$, максимальное значение смещения U_z составляет 0.085. По мере увеличения значения крутящего момента значение смещения U_z также увеличивается. Это соответствует физической сути задачи.

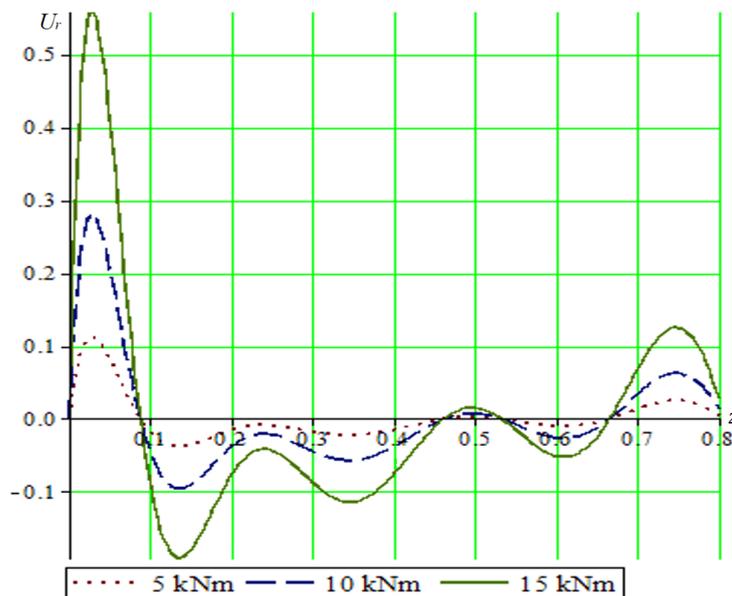


Рис. 3. График изменения компоненты вектора перемещения U_r в зависимости от координаты z при различных значениях момента силы.

Из графика на рис. 3 видно, что при приложении момента силы $5 \cdot 10^3 \text{ Н}\cdot\text{м}$ к концу цилиндрической оболочки в точке $z=0$ U_r максимальное значение смещения составляет 0.11 в сечении $z=0.03$ и начинает уменьшаться от этого сечения. Когда на конец цилиндрической оболочки в точке $z=0$ действует крутящий момент $10 \cdot 10^3 \text{ Н}\cdot\text{м}$, максимальное смещение U_r в этом сечении составляет 0.28, и оно также начинает уменьшаться от этого сечения. Когда значение поворотного момента составляет $15 \cdot 10^3 \text{ Н}\cdot\text{м}$, смещение U_r достигает своего максимального значения в этом участке и также начинает уменьшаться от этого участка. Здесь мы также можем видеть, что по мере увеличения значения крутящего момента U_r значение смещения также увеличивается. Это соответствует физической сути задачи.

Заключение. В данной работе были смоделированы продольно-радиальные колебания трансверсально-изотропных цилиндрических оболочек, заполненных внутренней вязкой жидкостью, и определены перемещения точек оболочки. В отличие от традиционных гипотез, дифференциальные уравнения для продольных и радиальных перемещений в цилиндрических координатах были выведены на основе заданных уравнений упругого движения. С учетом граничных и кинематических условий контакта между оболочкой и жидкостью были получены общие решения с использованием преобразований Фурье и Лапласа. На основе решенных уравнений были получены значения перемещений в зависимости от изменения момента силы. Результаты показали, что с увеличением крутящего момента смещения достигают максимального значения, а изменение этих значений имеет явное свойство затухания по длине оболочки. Графические результаты полностью соответствуют физической сущности задачи и подтверждают достоверность модели. Полученные результаты дают практическую основу для более глубокого изучения динамического состояния цилиндрических оболочек, взаимодействующих с внутренней вязкой жидкостью, и для оптимизации цилиндрических конструкций.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] *Honarvar F., Enjilela E., Sinclair A.N., Mirnezami S.A.* Wave propagation in transversely isotropic cylinders // International Journal of Solids and Structures. 2007, Vol. 44, pp. 5236–5246.
- [2] *Kim J.-Y., Ih J.-G.* Scattering of plane acoustic waves by a transversely isotropic cylindrical shell- application to material characterization // Applied Acoustics. 2003, Vol. 64, pp. 1187–1204.
- [3] *Khudoynazarov Kh., Yalgashev B.* Longitudinal vibrations of a cylindrical shell filled with a viscous compressible liquid // E3S Web of Conferences. 2021, Vol. 264, P. 02017.
- [4] *Худойназаров Х., Халмурадов Р.И., Ялгашев Б.Ф.* Продольно-радиальные колебания упругой цилиндрической оболочки с вязкой сжимаемой жидкостью // Вестник Томского государственного университета, Математика и механика. 2021, № 69, стр. 124–135.
- [5] *Худойназаров Х., Буркутбоев Ш.М.* Математическая модель крутильных колебаний вращающегося цилиндрического слоя с учетом внутренней вязкой жидкости // 2017, № 4, стр. 31–47.
- [6] *Мамасолиев К., Исмоилов Э.А.* Решение задачи о крутильных колебаниях трансверсально-изотропной вязкоупругой цилиндрической оболочки, взаимодействующей с вязкой жидкостью // Проблемы механики, Узбекский журнал. 2024, 4, стр. 76–84.
- [7] *Мамасолиев К., Исмоилов Э.А.* Продольно-радиальные колебания трансверсально-изотропного цилиндрического слоя и оболочки, нестационарно взаимодействующих с вязкой жидкостью // Научная информация Бухарского государственного университета. 2025, № 6, стр. 150–158.
- [8] *Мамасолиев К., Исмоилов Э.А.* Определение напряжений и смещений точек трансверсально-изотропного цилиндрического слоя, взаимодействующего с внутренней вязкой жидкостью // Международная научно-техническая конференция по теме «Развитие науки: научно-инновационные подходы и стратегический анализ». 2024, Часть 2, стр. 630–634.
- [9] *Халмурадов Р., Исмоилов Э.* Осесимметричные колебания анизотропной вязкоупругой цилиндрической оболочки, заполненной вязкой сжимаемой жидкостью // AIP Conf. Proc. 2024, Vol. 3244, P. 060030-1–060030-9.
- [10] *Худойназаров Х., Мамасолиев К., Исмоилов Э., Овчинников Э.В.* Нестационарное воздействие трансверсально-изотропной цилиндрической оболочки с вязкой сжимаемой жидкостью // AIP Conf. Proc. 2024, Vol. 3177, P. 050005-1–050005-8.
- [11] *Mamasoliev K., Mirsaidov M.* Mathematical model and analytical solution of the contact problem of bending of a slab lying on an inhomogeneous combined base // AIP Conf. Proc. 2025, Vol. 3177, P. 050006.
- [12] *Новацкий В.* Теория упругости. Москва: Мир, 1975, 872 с.
- [13] *Исмоилов Э.А.* Уравнения продольно-радиальных колебаний трансверсально-изотропной цилиндрической оболочки, взаимодействующей с внутренней вязкой жидкостью // Илм сарчашмамалари Научно-теоретический, методический журнал. 2025, № 1, стр. 35–41.

Дата поступления
14.10.2025

Mamasoliev K., Ismoilov E.A. Ichki qovushoq suyuqlik bilan o'zaro nostatsionar ta'sirlashuvchi transversal-izotrop silindrik qobiqning bo'ylama-radial tebranishlarini matematik modellashtirish

Annotatsiya. Ushbu maqolada ichki qovushoq suyuqlik bilan o'zaro ta'sirlashuvchi transversal-izotrop silindrik qobiqning bo'ylama-radial tebranishlari matematik modellashtirilgan. Qobiq va suyuqlik o'rtasidagi o'zaro ta'sirlar aniqlangan harakat tenglamalari yordamida tahlil qilingan. Tenglamalarni yechish uchun Fure va Laplas almashtirishlari, chegaraviy va kontakt shartlar hamda chekli ayirma usulidan foydalanilgan. Amaliy masala asosida ko'chish grafiklari tuzildi va ularning fizik mohiyatga mos kelishi ko'rsatildi. Tadqiqot natijalari sanoatda loyihalash va optimallashtirish uchun katta ahamiyatga ega.

Kalit so'zlar: transversal-izotrop silindrik qobiq, qovushoq suyuqlik, bo'ylama-radial tebranishlar, ko'chish tahlili, chegaraviy shartlar, kontakt shartlar.

Mamasoliev K., Ismoilov E.A. Mathematical Modeling of Longitudinal-Radial Vibrations of Transversely Isotropic Cylindrical Shells Interacting Non-Stationarily with an Internal Viscous Fluid

Abstract. This paper presents a mathematical model for the longitudinal and radial vibrations of a transversely isotropic cylindrical shell interacting with an internal viscous fluid. The interactions between the shell and the fluid are analyzed using refined equations of motion. Fourier and Laplace transforms, boundary and contact conditions, as well as the finite difference method, are used to solve the equations. Based on a practical problem, displacement graphs are constructed, and their relevance to the physical phenomena involved is demonstrated. The results of this study are significant for the design and optimization of industrial structures

Keywords: transversely isotropic cylindrical shell, viscous fluid, longitudinal-radial vibrations, displacement analysis, boundary conditions, contact conditions.

СОДЕРЖАНИЕ

К.С.Султанов, М.М.Мирсаидов, А.Нуьмонов, З.Уразмухамедова. Напряженное состояние Кызылсайской грунтовой плиты под действием статических нагрузок	3
М.К.Усаров, Д.К.Шамсиев, Ф.А.Усанов. Продольные колебания многоэтажного здания с пространственным фундаментом на основе континуальной пластинчатой пространственной модели	11
З.Сирожидинов, Х.А.Гуломова. Вероятностно-статистический анализ результатов испытаний прочности бетона.....	21
К.Мамасолиев, Э.А.Исмоилов. Математическое моделирование продольно-радиальных колебаний трансверсально-изотропных цилиндрических оболочек, нестационарно взаимодействующих с внутренней вязкой жидкостью.....	30
Ш.И.Норматов. Определение минимального коэффициента устойчивости откосов грунтовых плотин методом кругло-цилиндрической поверхности скольжения с применением автоматизированного алгоритма нахождения центра окружности.....	38
А.Э.Кудратов. Устойчивость упругого стержня с гасителями колебаний при поперечных колебаниях.....	47
Ф.А.Усанов. Оценка напряженно-деформированного состояния пластины под действием касательных нагрузок на основе бимоментной теории.....	54
Б.Х.Хужаёров, Ж.Р.Туйгунов. Задача аномальной фильтрации жидкости в кусочно-неоднородной пористой среде.....	60
С.Худайкулов, Ж.Каниев, А.Абдувахобов. многофазные волны при взаимодействии дисперсных смесей с турбулентными потоками и их применение.....	71
М.Е.Мадалиев. Численный анализ 3d крыла Onera M6 на основе моделей турбулентности SA и SST.....	76
Д.С. Яхшибаев. Динамика перемешивания стратифицированных потоков туямуянского водохранилища.....	82
Т.Р.Пулатов, Ж.А.Умрзоков. Математическое моделирование движения жидкости в гидроаккумуляторе гидрорекуперационной тормозной системы.....	86
Г.А.Юсупходжаева, Д.С.Бекчанова. Технология по производству смесовой пряжи из вторичных отходов натурального шелка.....	91
Ш.Т.Равутов. Обоснование параметров зубчатого привода хлопкоуборочного аппарата, оснащенного малогабаритными эллиптическими барабанами	96
О.С. Норкузиев. Расчетный анализ процесса съема хлопка со шпинделей хлопкоуборочных машин.....	103
Л.Э.Турсунбоев. Определение сил реакции опор прижимного устройства шлифовальной машины.....	110
Абдукаримов А., Рахмонов Х.Н. Синтез комбинированных зубчато-рычажных дифференциальных передаточных механизмов.....	117
Д.М.Мухаммадиев, Х.А.Ахмедов, Б.Х.Примов, О.Х.Абзоиров. Экспериментальное исследование привода пильного волоконотделителя с семяотводящим устройством.....	130

MUNDARIJA

K.S.Sultanov, M.M.Mirsaidov, A.Nu'monov, Z.Urazmuhamedova. Qizilsoy gruntli to'g'onining statik kuchlar ta'sirida kuchlanishini baholash.....	3
M.K.Usarov, F.A.Usanov, D.K.Shamsiyev. Kontinual plastinali fazoviy model asosida fazoviy poydevorga ega ko'p qavatli binoning bo'ylama tebranishlari	11
Z.Sirojiddinov, X.A.Gulomova. Beton mustahkamligi sinovlari natijalarining ehtimollik-statistik tahlili.....	21
K.Mamasoliyev, E.A.Ismoilov. Ichki qovushoq suyuqlik bilan o'zaro nostatsionar ta'sirlashuvchi transversal-izotrop silindrik qobiqning bo'ylama-radial tebranishlarini matematik modellashtirish	30
Sh.I. Normatov. Aylana markazini avtomatlashtirilgan aniqlash algoritmini qo'llab, gruntli to'g'on qiyaliklari ustuvorligini minimal ustuvorlik koeffitsiyentini doiraviy-silindrik siljish sirti usuli bilan aniqlash	38
A.E. Kudratov. Dinamik so'ndirgichlar o'rnatilgan elastik sterjenning ko'ndalang tebranishlari ustuvorligi.....	47
F.A. Usanov. Bimoment nazariyasi asosida urinma yuklar ta'siridagi plastinaning kuchlanganlik-deformatsiyalanganlik holatini baholash.....	54
B.Xujayorov, J.R.Tuyg'unov. Bo'lakli bir jinsli bo'lmagan g'ovak muhitda suyuqliklarning anomal sizish masalasi.....	60
S.Xudayqulov, J.Kaniev, A.Abdurahobov. Dispers aralashmalar turbulent oqimlar bilan o'zaro ta'sirlashganda ko'p fazali to'lqinlar va ularning qo'llanilishi.....	71
M.E. Madaliyev. SA va SST turbulent modeli asosida Onera M6 3D qanotining sonli tahlili	76
D.S. Yaxshiboyev Tuyamuyun suv omboridagi qatlamli oqimlar dinamika aralashishi.....	82
J.A.Umrzoqov, T.R. Pulatov. Hidroreperativ tormoz tizimidagi gidroakkumulyator ichidagi suyuqlik harakatini matematik modellashtirish	86
G.A. Yusupxodjayeva, D.S.Bekchanova. Tabiiy ipakning ikkilamchi chiqindilaridan aralash yigirilgan ip ishlab chiqarish texnologiyasi	91
Sh.T. Ravutov. Kichik gabaritli elliptik barabanlar bilan jihozlangan paxta terish apparati tishli yuritmasi parametrlarini asoslash ...	96
O.S.Norqo'ziyev. Paxta terim mashinalarining shpindel yuzasidagi paxta o'ramidan tozalash jarayonining hisobiy tahlili.....	103
L.E. Tursunboyev. Jilvirlash mashinasi uzatuvchi qurilmasining tayanchlaridagi reaksiya kuchlarini tadqiq qilish.....	110
A.Abdukarimov, X.N. Raxmonov. Kombinatsiyalangan tishli-richagli differensial uzatish mexanizmlarini sintez qilish.....	117
D.M.Muhammadiyev, H.A.Axmedov, B.X.Primov, O.X. Abzoirov. Chigiti chiqaruvchi qurilmali arrali tola ajratgich harakat uzatish tizimining eksperimental tadqiqoti.....	130