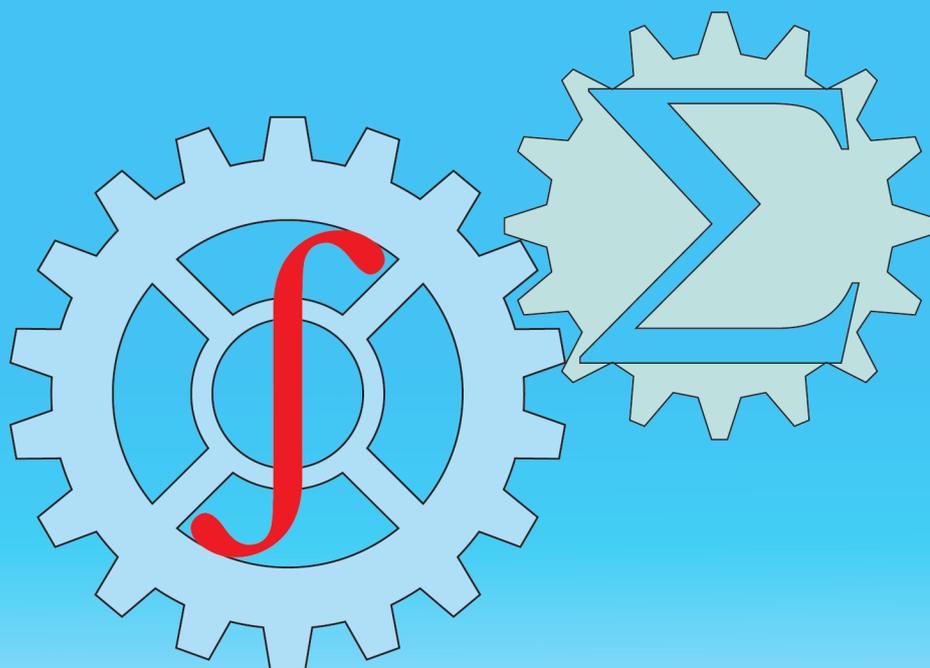




ISSN: 2010-7250
Published from 1992

Институт механики и сейсмостойкости сооружений
Mechanika va inshootlar seysmik mustahkamligi instituti

МЕХАНИКА МУАММОЛАРИ ПРОБЛЕМЫ МЕХАНИКИ PROBLEMS OF MECHANICS



2025
Volume 34
No: 4

O‘ZBEKISTON RESPUBLIKASI FANLAR AKADEMIYASI
АКАДЕМИЯ НАУК РЕСПУБЛИКИ УЗБЕКИСТАН

МЕХАНИКА
МУАММОЛАРИ

O‘ZBEKISTON
JURNALI

4

2025

УЗБЕКСКИЙ
ЖУРНАЛ

ПРОБЛЕМЫ
МЕХАНИКИ

Журнал под таким названием издается с января 1992 г.

Ташкент – 2025

РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ

Главный редактор – докт. физ.-мат. наук, проф. К.С. СУЛТАНОВ
Заместитель главного редактора – докт. физ.-мат. наук Р.А. АБИРОВ
Заместитель главного редактора – PhD Н.А. НИШОНОВ
Ответственный секретарь – докт. тех. наук М.М. ХАМДАМОВ

Абдикаримов Р.А. д.ф.-м.н., проф. (Ташкент)	Мирсаидов М. д.т.н., проф., акад. АН РУз (Ташкент)
Абдусаттаров А. д.т.н., проф. (Ташкент)	Мухаммадиев Д.М. д.т.н., проф. (Ташкент)
Азимов Д. д.т.н., проф. (США)	Панахов Г.М. д.т.н., проф., член-корр. НАНА (Баку)
Алдошин Н.В. д.т.н., проф. (Москва)	Паровик Р. д.ф.-м.н. (Петропавловск-Камчатский)
Алимухамедов Ш.П. д.т.н., проф. (Ташкент)	Ризаев А.А. д.т.н., проф. (Ташкент)
Ахмедов А.Б. д.ф.-м.н., проф. (Ташкент)	Сагдиев Х.С. к.т.н. (Ташкент)
Бахадиров Г.А. д.т.н., проф. (Ташкент)	Сирожиддинов З. д.т.н., проф. (Самарканд)
Быковцев А.С. д.ф.-м.н., проф. (США)	Старовойтов Э.И. д.ф.-м.н. (Гомель, Беларусь)
Ватин Н.И. д.т.н., проф. (Санкт-Петербург)	Тохилов Ш.М. к.ф.-м.н. (США)
Дусматов О.М. д.ф.-м.н., проф. (Самарканд)	Тухтакузиев А.Т. д.т.н., проф. (Ташкент)
Зубарев А.Ю. д.ф.-м.н., проф. (Екатеринбург)	Юлдашев Ш.С. д.т.н., проф. (Наманган)
Исмоилова С.И. д.т.н., проф. (Ташкент)	Худайкулиев Р.Р. к.т.н. (Ташкент)
Казанцев С.П. д.т.н., проф. (Москва)	Хужаев И.К. д.т.н., проф. (Ташкент)
Кузнецов С.В. д.ф.-м.н., проф. (Москва)	Хужаёров Б.Х. д.ф.-м.н., проф. (Самарканд)
Маликов З.М. д.т.н., проф. (Ташкент)	Хусанов Б.Э. д.т.н. (Ташкент)
Мамасаидов М.Т. д.т.н., проф., акад. НАН КР (Ош)	Шардаков И.Н. д.ф.-м.н., проф. (Пермь)
Мардонов Б.М. д.ф.-м.н., проф. (Ташкент)	Эргашов М. д.т.н., проф. (Ташкент)
Матвеев В.П. д.т.н., проф., акад. РАН (Пермь)	Ювмитов А.С. д.т.н., с.н.с. (Ташкент)

Адрес редакции:

*100125, Ташкент, Академгородок, Дурмон йули, 40.
Институт механики и сейсмостойкости сооружений им. М.Т. Уразбаева АН РУз*

*Телефон: +99855 520-02-45
+99855 520-04-46*

E-mail: instmechofficial@gmail.com

Технический редактор: Михайлова В.В.

Журнал зарегистрирован Агентством по печати и информации Республики Узбекистан 22.12.2006 г.
Регистрационный номер 0050.

Номер одобрен на заседании редакционной коллегии журнала 25.12.2025

Сдано в набор 15.12.2025. Подписано в печать 29.12.2025.

Формат 60×84 1/8. Гарнитура Times New Roman. Ризография.

Усл.- печ. л. 6.5. Уч.-изд. л. 6.82. Тираж 130.

Цена договорная.

Отпечатано в типографии ООО “Munis design group”:

100170, г. Ташкент, ул. Буз-2, презд, дом 17-А.

УСТОЙЧИВОСТЬ УПРУГОГО СТЕРЖНЯ С ГАСИТЕЛЯМИ КОЛЕБАНИЙ ПРИ ПОПЕРЕЧНЫХ КОЛЕБАНИЯХ

Кудратов А.Э.

Самаркандский государственный педагогический институт, Самарканд, Узбекистан.

E-mail: a_qudratov1985@mail.ru

Аннотация. В данной работе исследована устойчивость поперечных колебаний упругого стержня с упруго-диссипативными характеристиками гистерезисного типа и динамическими гасителями колебаний. Аналитически выражены условия устойчивости в зависимости от параметров системы, получен численный анализ и выводы. В частности, анализируется изменение условий устойчивости в зависимости от упругих элементов динамического демпфера и изменение условий устойчивости стационарных колебаний рассматриваемой системы.

Ключевые слова: поперечные колебания, динамический гаситель колебаний, устойчивость, уравнение движения, гистерезис, упругость.

Введение. Задачам гашения колебаний систем с распределенными параметрами с помощью динамических гасителей колебаний посвящено много научных статей. В работе [1] показано, что при присоединении к балке динамического гасителя колебаний, появляется новая собственная частота системы, близкая к парциальной частоте гасителя, которая в зависимости от параметров системы может принимать значения меньшее, большее и равное парциальной частоте гасителя. В [2] проводятся экспериментальные исследования и сравнительный анализ колебаний балки с двумя динамическими гасителями колебаний, симметрично расположенными относительно концов балки. Однако исследование колебательных движений механических систем с распределенными параметрами и динамическими гасителями с нелинейными упруго-диссипативными свойствами является весьма сложной задачей из-за многих факторов, которые сильно влияют на характер колебаний систем. Дифференциальные уравнения движений таких систем являются нелинейными и для решения требуют применения соответствующих методов. В работах [3, 4] рассмотрены задачи о нелинейных колебаниях стержня с динамическим гасителем колебаний с учетом упругодемпфирующих свойств гистерезисного типа при гармонических воздействиях. Было получено решение системы в виде передаточных функций. Были изучены задачи динамики [5, 6] нелинейных колебаний, а также их устойчивость [7, 8]. Исходя из вышеуказанного следует, что исследование колебаний и гашения колебаний балок остаётся актуальной задачей современной науки. В статье рассматривается устойчивость стационарных колебаний стержня с двумя динамическими гасителями колебаний (ДГК), движения которых описываются дифференциальными уравнениями [5].

Рассмотрим решение задачи о поперечных колебаниях стержня с двумя параллельно установленными ДГК, с помощью метода разложения в ряд по формам колебаний. Этот метод более удобен для оптимизации параметров ДГК при различных видах колебаний стержня с граничными условиями, когда требуется многократно вычислять амплитудно-частотную характеристику (АЧХ) системы. Результаты работ [9, 10] подтверждают, что при достаточно большом декременте колебаний материала упругодемпфирующего элемента ДГК, нелинейность характеристики внутреннего сопротивления материала стержня незначительно влияет на колебания стержня и определение оптимальных параметров ДГК. Поэтому принимаем, что рассеяние энергии в материале стержня подчиняется гипотезе Е.С. Сорокина [11].

Стержень длиной l , шириной b , высотой h , закреплен на вибрирующем основании, движение его задано вдоль оси Oz . В точках стержня с координатами x_1, x_2 установлены ДГК (рис.1).

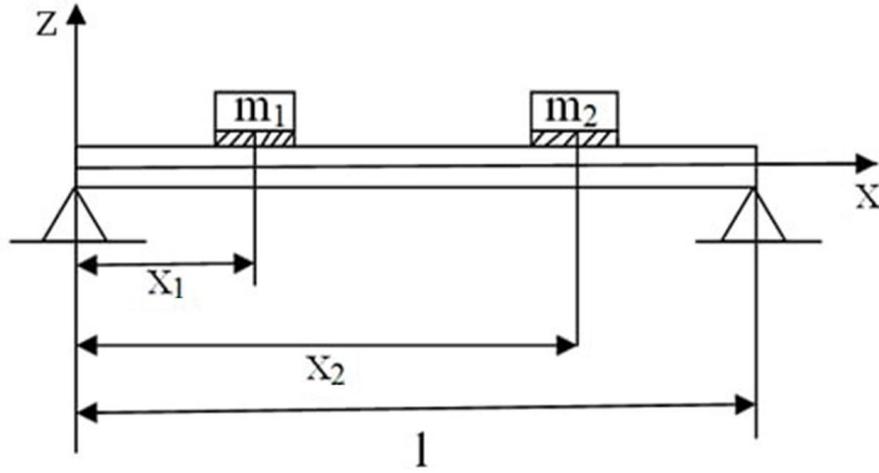


Рис. 1. Упругий стержень с динамическим гасителем.

Предложенная методика, эксперименты и результаты. Дифференциальные уравнения стержня и двух ДГК с гистерезисным рассеянием энергии при кинематическом возбуждении, запишем в следующем виде:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 M}{\partial x^2} + \rho F \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} - c_1 \delta_1(x-x_1)\zeta_1 - c_2 \delta_2(x-x_2)\zeta_2 &= -\rho F \frac{\partial^2 w_0}{\partial t^2}; \\ m_1 \frac{\partial^2 w(x_1)}{\partial t^2} + m_1 \frac{\partial^2 \zeta_1}{\partial t^2} + c_1 \zeta_1 &= -m_1 \frac{\partial^2 w_0}{\partial t^2}; \\ m_2 \frac{\partial^2 w(x_2)}{\partial t^2} + m_2 \frac{\partial^2 \zeta_2}{\partial t^2} + c_2 \zeta_2 &= -m_2 \frac{\partial^2 w_0}{\partial t^2}, \end{aligned} \quad (1)$$

где M - изгибающий момент; ρ , F - плотность материала и площадь поперечного сечения стержня соответственно; w - функция прогиба стержня; w_0 - перемещение основания; $w(x_1)$, $w(x_2)$ - перемещение точек стержня, в которых установлены ДГК; c_1 , c_2 - коэффициенты жесткости упругодемпфирующих элементов ДГК; m_1 , m_2 - массы ДГК; ζ_1 , ζ_2 - перемещения ДГК относительно стержня; $\delta_1(x-x_1)$, $\delta_2(x-x_1)$ - дельта-функции Дирака; x_1 , x_2 - координаты установки ДГК.

Зависимость между нормальным напряжением σ_n и относительной деформацией ξ_{ot} запишем в виде

$$\sigma_N = E \{1 + (-\eta_1 + j\eta_2)[C_0 + f(\xi_{ot})]\} \xi_{ot}, \quad (2)$$

где E - модуль упругости материала стержня; η_1, η_2 - постоянные коэффициенты, зависящие от диссипативных свойств материала стержня, определяемые из соответствующей зависимости контура петли гистерезиса; $f(\xi_{ot})$ - декремент колебаний стержня; аналогично (2), запишем

$$f(\xi_{om}) = C_1 \xi_{om} + \dots + C_n \xi_{om}^n;$$

C_1, C_2, \dots, C_n - экспериментально определяемые коэффициенты петли гистерезиса, зависящие от демпфирующих свойств материала стержня [12-15].

Учитывая (5.7), а также выражение для относительной деформации

$$\xi_{ot} = \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} z, \quad (3)$$

вычислим изгибающий момент, действующий в сечении стержня по методике, приведенной в [13].

$$M = \int_F \sigma z dz = EJ \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \left[1 + C_0(-\eta_1 + j\eta_2) + \frac{24}{h^3}(-\eta_1 + j\eta_2) \int_0^{h/2} f(\xi_{ot}) z^2 dz \right], \quad (4)$$

где $J=bh^3/12$ - момент инерции сечения стержня. Подставляя выражение (4) в первое уравнение системы (1) и учитывая соотношение (3), запишем дифференциальное уравнение поперечных колебаний стержня с ДГК в следующем виде:

$$EI[1+C_0(-\eta_1 + j\eta_2)]\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + \frac{24}{h^3}EJ(-\eta_1 + j\eta_2)\frac{\partial^2}{\partial x^2}\left[\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}\int_0^{h/2} f(\xi_{ot})z^2 dz\right] + \rho F\frac{\partial^2 w}{\partial t^2} -$$

$$-c_1 R_1 \delta_1(x-x_1)\zeta_1 - c_2 R_2 \delta_2(x-x_2)\zeta_2 = -\rho F\frac{\partial^2 w_0}{\partial t^2}; \quad (5)$$

$$m_1 \frac{\partial^2 w(x_1)}{\partial t^2} + m_1 \frac{\partial^2 \zeta_1}{\partial t^2} + c_1 R_1 \zeta_1 = -m_1 \frac{\partial^2 w_0}{\partial t^2};$$

$$m_2 \frac{\partial^2 w(x_2)}{\partial t^2} + m_2 \frac{\partial^2 \zeta_2}{\partial t^2} + c_2 R_2 \zeta_2 = -m_2 \frac{\partial^2 w_0}{\partial t^2}.$$

Для решения системы уравнений (5) функции прогиба стержня $w(x, t)$ разложим в ряд по собственным формам колебаний

$$w(x, t) = \sum_{k=1}^{\infty} u_k(x) q_k(t), \quad (6)$$

где $q_k(t)$ - функция времени; $u_k(x)$ - k -ая собственная форма колебаний стержня, удовлетворяющая уравнению

$$EJ \frac{\partial^4 u_k}{\partial x^4} - \rho F p_k^2 u_k = 0, \quad (7)$$

вместе с граничными условиями. Здесь, $u_k = u_k(x)$; p_k - частота собственных колебаний стержня без рассеяния энергии. Представим функцию $q_k(t)$ в виде $q_k(t) = q_{ka} \cos(\omega t + \varphi)$, где ω , φ - частота и фаза колебаний. Подставив (6) в (3), получим следующее выражение для амплитудного значения относительной деформации:

$$\xi_{om} = \left| \frac{\partial^2 u_k}{\partial x^2} \right| q_{ka} z. \quad (8)$$

Подставляя затем (8) в выражение $f(\xi_{ot})$, а также (6) в систему уравнений (5) и учитывая соотношение (7), после преобразований имеем

$$\sum_{k=1}^{\infty} \{ [\ddot{q}_k + (1 + C_0(-\eta_1 + j\eta_2)) p_k^2 q_k] u_k +$$

$$+ \frac{3EI}{\rho F} (-\eta_1 + j\eta_2) q_k \sum_{i=1}^{r_3} C_i q_{ka}^i \frac{h^i}{2^i (i+3)} \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left(\frac{\partial^2 u_k}{\partial x^2} \left| \frac{\partial^2 u_k}{\partial x^2} \right|^i \right) \} - \frac{c_1}{\rho F} \zeta_1 \delta(x-x_1) -$$

$$- \frac{c_2}{\rho F} \zeta_2 \delta(x-x_2) = -W_0; \quad (9)$$

$$\sum_{k=1}^{\infty} u_{k1} \ddot{q}_k + \ddot{\zeta}_1 + n_1^2 \zeta_1 = -W_0; \quad \sum_{k=1}^{\infty} u_{k2} \ddot{q}_k + \ddot{\zeta}_2 + n_2^2 \zeta_2 = -W_0.$$

Используя метод Бубнова-Галеркина для первого уравнения системы (9), на основании условия ортогональности собственных функций u_k , для одночленной аппроксимации получим систему следующих обыкновенных дифференциальных уравнений относительно q_k , ζ_1 , ζ_2 ($k=1, n$),

$$\ddot{q}_k + [1 + (-\eta_1 + j\eta_2)N] p_k^2 q_k - \mu_1 \mu_k n_1^2 u_{k1} \zeta_1 - \mu_2 \mu_k n_2^2 u_{k2} \zeta_2 = -d_k W_0;$$

$$u_{k1} \ddot{q}_k + \ddot{\zeta}_1 + n_1^2 \zeta_1 = -W_0; \quad (9)$$

$$u_{k2} \ddot{q}_k + \ddot{\zeta}_2 + n_2^2 \zeta_2 = -W_0,$$

где $j^2 = -1$; p_k – частота собственных колебаний стержня; $m_s = \rho Fl$ – масса стержня; m_1, m_2 – массы динамических гасителей колебаний; $u_k(x)$ – собственные формы колебаний стержня; $W_0 = \partial^2 w_0 / \partial t^2$ – ускорение основания, $u_{k1} = u(x_1)$, $u_{k2} = u(x_2)$, x_1, x_2 – координаты установки ДГК; $n_1 = \sqrt{\frac{c_1}{m_1}}$, $n_2 = \sqrt{\frac{c_2}{m_2}}$; c_1, c_2 ; ζ_1, ζ_2 – частоты колебаний; коэффициенты жесткости упругих элементов и относительные перемещения ДГК.

$$\mu_1 = \frac{m_1}{m_s}; \mu_2 = \frac{m_2}{m_s}; \mu_k = \frac{l}{d_{2k}}; d_k = \frac{d_{1k}}{d_{2k}}; d_{1k} = \int_0^l u_k dx; d_{2k} = \int_0^l u_k^2 dx.$$

$$N = C_0 + \frac{3EJ\mu_k}{m_s p_k^2} \sum_{i=1}^{r_2} C_i q_{ka}^i \frac{h^i}{2^i (i+3)} G_{ki}; G_{ki} = \int_0^l u_k \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left(\frac{\partial^2 u_k}{\partial x^2} \left| \frac{\partial^2 u_k}{\partial x^2} \right|^i \right) dx.$$

Ускорение основания при гармонических колебаниях равно

$$W_0 = w_{as} \cos \omega t,$$

где w_{as} – амплитудное значение ускорения; ω – частота.

Найдены передаточные функции системы (9) в виде

$$q_k(j\omega) = -\frac{B_1(\omega) + jB_2(\omega)}{B_3(\omega) + jB_4(\omega)} w_0; \zeta_1(j\omega) = -\frac{B_5(\omega) + jB_6(\omega)}{B_3(\omega) + jB_4(\omega)} w_0;$$

$$\zeta_2(j\omega) = -\frac{B_7(\omega) + jB_8(\omega)}{B_3(\omega) + jB_4(\omega)} w_0,$$

где

$$B_1(\omega) = d_k \omega^4 - A_1 \omega^2 + A_2; B_2(\omega) = -A_3 \omega^2 + A_4; B_3(\omega) = -\omega^6 + A_5 \omega^4 - A_6 \omega^2 + A_7;$$

$$B_4(\omega) = A_8 \omega^4 - A_9 \omega^2 + A_{10}; B_5(\omega) = (1 - d_k u_{k1}) \omega^4 - A_{11} \omega^2 + A_{12}; B_6(\omega) = -A_{13} \omega^2 + A_{14};$$

$$B_7(\omega) = (1 - d_k u_{k2}) \omega^4 - A_{15} \omega^2 + A_{16}; B_8(\omega) = -A_{17} \omega^2 + A_{18};$$

$$A_1 = n_1^2 T_1 + n_2^2 T_2; A_2 = n_1^2 n_2^2 T_3; A_3 = 0; A_4 = 0; A_5 = p_k^2 (1 - \eta_1 N) + n_1^2 T_6 + n_2^2 T_7;$$

$$A_6 = (n_1^2 + n_2^2) p_k^2 (1 - \eta_1 N) + n_1^2 n_2^2 T_8; A_7 = n_1^2 n_2^2 p_k^2 (1 - \eta_1 N); A_8 = p_k^2 \eta_2 N; A_9 = (n_1^2 + n_2^2) p_k^2 \eta_2 N;$$

$$A_{10} = n_1^2 n_2^2 p_k^2 \eta_2 N; A_{11} = p_k^2 (1 - \eta_1 N) + T_4 n_2^2; A_{12} = n_2^2 p_k^2 (1 - \eta_1 N); A_{13} = p_k^2 \eta_2 N; A_{14} = n_2^2 p_k^2 \eta_2 N;$$

$$A_{15} = p_k^2 (1 - \eta_1 N) + n_1^2 T_5; A_{16} = n_1^2 p_k^2 (1 - \eta_1 N); A_{17} = p_k^2 \eta_2 N; A_{18} = n_1^2 p_k^2 \eta_2 N;$$

$$T_1 = d_k + \mu_k \mu_1 u_{k1}; T_2 = d_k + \mu_k \mu_2 u_{k2}; T_3 = d_k + \mu_k (\mu_1 u_{k1} + \mu_2 u_{k2});$$

$$T_4 = 1 + \mu_k \mu_2 u_{k2} (u_{k2} - u_{k1}) - u_{k1} d_k; T_5 = 1 + \mu_k \mu_2 u_{k1} (u_{k1} - u_{k2}) - u_{k2} d_k;$$

$$T_6 = 1 + \mu_k \mu_1 u_{k1}^2; T_7 = 1 + \mu_k \mu_2 u_{k2}^2; T_8 = 1 + \mu_k (\mu_1 u_{k1}^2 + \mu_2 u_{k2}^2).$$

Решения системы (9) ищутся в виде

$$q_i = a_i \cos(\omega t + \alpha_i);$$

$$\zeta_1 = a_2 \cos(\omega t + \beta_1);$$

$$\zeta_2 = a_3 \cos(\omega t + \beta_2),$$
(10)

где амплитуды и фазы $a_i, \alpha_i, a_2, \beta_1, a_3, \beta_2$ колебаний рассматриваются как медленно изменяющиеся.

Подставляя (10) в уравнения (9) и приравнявая вторые производные нулю, находим уравнения движения в нормальном виде.

$$\dot{a}_1 = \omega^{-1} [d_k w_0 \sin \alpha - a_1 p_k^2 \eta_2 N + \mu_1 \mu_k u_{k1} n_1^2 a_2 H_{11} + \mu_2 \mu_k u_{k2} n_2^2 a_3 H_{12}];$$

$$\dot{\alpha} = (a_1 \omega)^{-1} [d_k w_0 \cos \alpha + a_1 p_k^2 (1 - \eta_1 N) - a_1 \omega^2 - \mu_1 \mu_k u_{k1} n_1^2 a_2 H_{21} + \mu_2 \mu_k u_{k2} n_2^2 a_3 H_{22}];$$

$$\dot{a}_2 = \omega^{-1} [(1 - u_{k1} d_k) w_0 \sin \beta_1 + u_{k1} p_k^2 a_1 H_{31} - \mu_2 \mu_k u_{k1} u_{k2} n_2^2 a_3 H_{32}];$$
(11)

$$\begin{aligned}\dot{\beta}_1 &= (a_2\omega)^{-1}[(1-u_{k1}d_k)w_0 \cos\beta_1 + a_2n_1^2T_6 - a_2\omega^2 - u_{k1}p_k^2a_1H_{41} - \mu_2\mu_k u_{k1}u_{k2}n_2^2a_3H_{42}]; \\ \dot{a}_3 &= \omega^{-1}[(1-u_{k2}d_k)w_0 \sin\beta_2 + u_{k2}p_k^2a_1H_{51} - \mu_1\mu_k u_{k1}u_{k2}n_1^2a_2H_{52}]; \\ \dot{\beta}_2 &= (a_3\omega)^{-1}[(1-u_{k2}d_k)w_0 \cos\beta_2 + a_3n_2^2T_7 - a_3\omega^2 - u_{k2}p_k^2a_1H_{61} + \mu_1\mu_k u_{k1}u_{k2}n_1^2a_2H_{62}];\end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned}H_{11} &= \sin(\beta_1 - \alpha); H_{12} = \sin(\beta_2 - \alpha); H_{21} = -\cos(\beta_1 - \alpha); H_{22} = -\cos(\beta_2 - \alpha); \\ H_{31} &= \eta_2 N \cos(\beta_1 - \alpha) - (1 - \eta_1 N) \sin(\beta_1 - \alpha); H_{32} = \sin(\beta_2 - \beta_1); \\ H_{41} &= \eta_2 N \sin(\beta_1 - \alpha) + (1 - \eta_1 N) \cos(\beta_1 - \alpha); H_{42} = -\cos(\beta_2 - \beta_1); \\ H_{51} &= \eta_2 N \cos(\beta_2 - \alpha) - (1 - \eta_1 N) \sin(\beta_2 - \alpha); H_{52} = -\sin(\beta_2 - \beta_1); \\ H_{61} &= \eta_2 N \sin(\beta_2 - \alpha) + (1 - \eta_1 N) \cos(\beta_2 - \alpha); H_{62} = \cos(\beta_2 - \beta_1).\end{aligned}$$

Проведены проверка устойчивости и численный анализ совместных поперечных колебаний стержня с упруго-диссипативными характеристиками гистерезисного типа и динамическими гасителями колебаний с линейной упругой характеристикой.

В качестве материала консольной балки, один конец которой жёстко закреплён, а другой свободен, используется сталь марки 40X [16].

$$E = 2.08 \cdot 10^{11} \frac{N}{m^2}; \quad \rho = 7810 \frac{kg}{m^3};$$

Размеры стержня принимаем следующими:

$$l = 25 \cdot 10^{-2} m; \quad b = 10^{-2} m; \quad h = 2 \cdot 10^{-2} m; \quad F = 2 \cdot 10^{-4} m^2.$$

$$m_s = \rho Fl = 3.905 \cdot 10^{-1} kg.$$

Как известно, собственная частота стержня определяется следующим образом [17-21]:

$$p_k = \left(\frac{1.875}{l} \right)^2 \sqrt{\frac{EJ}{m_0}},$$

здесь m_0 — масса стержня, приходящаяся на единицу длины:

$$m_0 = \frac{m_s}{l} = 1.562 \frac{kg}{m}; \quad J = \frac{bh^3}{12} = 6.67 \cdot 10^{-9} m^4; \quad p_k = 167.598 s^{-1}.$$

Жёсткостные коэффициенты упругих элементов динамических гасителей принимаем следующими: $c_1 = c_2 = 100 N/m$.

Форма собственных колебаний

$$u_k(x) = \frac{1}{2} \left(\cosh\left(\frac{\pi}{l}x\right) - \cos\left(\frac{\pi}{l}x\right) - \frac{\sinh(1.875) - \sin(1.875)}{\cosh(1.875) + \cos(1.875)} \left(\sinh\left(\frac{\pi}{l}x\right) - \sin\left(\frac{\pi}{l}x\right) \right) \right).$$

Исследовано влияние отношения масс ДГК и основного элемента на устойчивость колебаний; показано, что с уменьшением этого параметра частоты, области неустойчивых амплитуд приближаются с двух сторон к частоте антирезонанса.

Численный анализ проводится для определения первой собственной формы колебаний в двух отдельных случаях: 1) сначала выполняется численный анализ при изменении массовых соотношений μ_1 и μ_2 - отношений масс динамических виброгасителей (ДГК) к массе балки; 2) по полученным зависимостям строятся графики амплитудно-частотных характеристик системы и определяются примерные места установки ДГК.

При исследовании движения стержня с динамическими гасителями важную роль играет выбор массы динамического гасителя. В нашей работе рассмотрено соотношение масс динамических гасителей к массе стержня. В каждом случае представлен график амплитудно-частотной зависимости: в первом случае выбрана доля 0,05 (красная линия), во втором - 0,04 (синяя линия), в третьем - 0,03 (жёлтая линия). Из графиков видно, что при уменьшении массы и увеличении частоты наблюдается смещение областей устойчивости и неустойчивости.

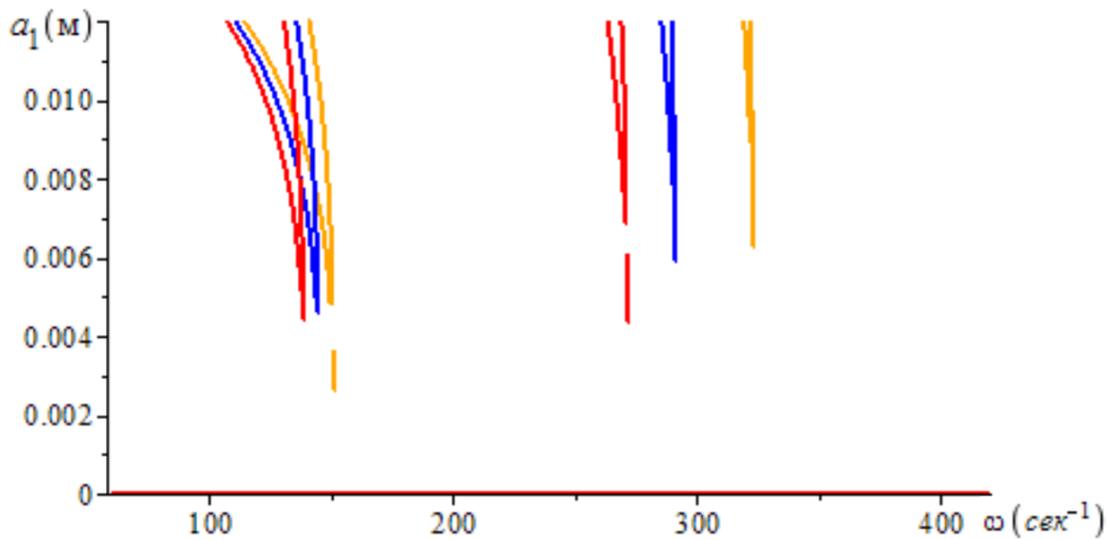


Рис. 2. Амплитудно-частотные характеристики стержня с ДГК при различных значениях $\mu = m/m_{cm} = 0.5; 0.4; 0.3$.

При увеличении массы динамического гасителя резонансная частота уменьшается, амплитуда колебаний снижается, и при определённом значении массы колебания становятся минимальными - это является основным показателем для определения оптимальной массы. С увеличением массы динамического гасителя резонансная частота системы понижается, а амплитуда колебаний уменьшается.

Если точки установки динамических гасителей перемещать симметрично вдоль длины стержня, не изменяя их массы, то область приоритетности также изменяется в зависимости от частоты. В первом случае (красная линия) гасители установлены в точках $2l/3$ и l , во втором случае (синяя линия) - в точках $3l/4$ и l , в третьем случае (жёлтая линия) - в точках $4l/5$ и l , а в четвёртом случае (чёрная линия) - в точках $5l/6$ и l .

Из графиков видно, что по мере симметричного удаления точек установки динамических гасителей от центра стержня области устойчивости сближаются.

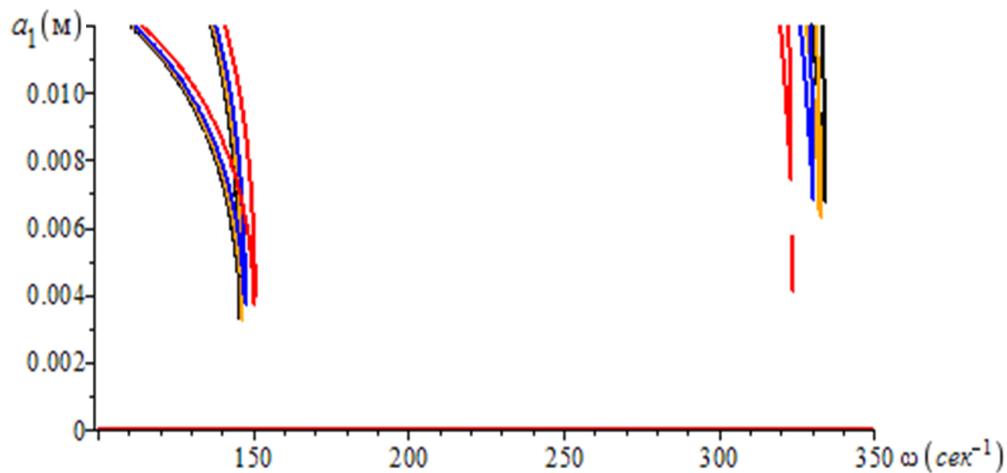


Рис. 3. Амплитудно-частотные характеристики, координаты установки ДГК

Преобразование координат значительно смещает резонансные частоты системы, но сохраняет общую картину колебаний. Это позволяет управлять областями резонанса, не изменяя динамическую устойчивость системы. Таким образом, преобразование координат является удобным способом оптимизации резонансных частот и эффективного управления вибрациями.

Выводы и заключение. Рассмотрена задача устойчивости стационарных амплитуд гармонических колебаний стержня с динамическим гасителем упругодемпфирующими характеристиками гистерезисного типа. Исследованием наличия вертикальных касательных на графиках амплитудно-частотных характеристик получены выражения для определения устойчивых и неустойчивых амплитуд гармонических колебаний. Полученные равенства для определения границ устойчивости были сравнены с ранее известными результатами.

Построены амплитудно-частотные характеристики рассматриваемой системы при различных значениях параметров системы и различных мест установки динамического гасителя колебаний. Показано, что в случаях, когда динамический гаситель колебаний установлен в узловых точках, эффект динамического гасителя колебаний не наблюдается.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Брискин Е.С. Демпфирование колебаний механических систем динамическими гасителями с полостями, частично заполненными сыпучими средами // Изв. вузов. Машиностроение. 1980, №2. стр. 27-30.
- [2] Брискин Е.С. О демпфировании колебаний одной группой динамических гасителей двух близких резонансных состояний механической системы // Изв. вузов. Строительство и архитектура. 1980, №12, стр. 40-44.
- [3] Закиров И.М., Пикулев Н.А. Экспериментальное исследование колебаний системы с группой динамических гасителей // Стронт. Механика и расчёт сооружений. 1978, №1, стр. 61-63.
- [4] Карамышкин В.В. Динамическое гашение колебаний. Л: Машиностроение. 1988, 108 с.
- [5] Корнев Б.Г., Резников Л.М. Динамические гасители колебаний: Теория технические приложения. М.: Наука, 1988, 304 с.
- [6] Куок А.П., Арора Дж.С., Хоуг Э.Дж. Оптимальное проектирование демпфированных виброгасителей для конечного диапазона частот // Ракетная техника и космонавтика. 1975, № 4, стр. 154-156.
- [7] Марков И. Оптимальные параметры на двумасов динамический гаситель на трептения // Год. Висш. инст. архит. и стр-во София: Св.5. 1990, № 34, стр.85-96.
- [8] Нелинейные задачи динамики виброзащитных систем / Павловский М.А., Рыжков Л.М., Яковенко В.Б., Дусматов О.М. К.: Техника. 1997, 204 с.
- [9] Павловский М.А., Рыжков Л.М., Дусматов О.М. О выборе параметров динамических гасителей колебаний с гистерезисным рассеянием энергии // Пробл. Прочности. 1987, №10, стр. 103-106.
- [10] Писаренко Г.С., Яковлев А.П., Матвеев В.В. Вибропоглощающие свойства конструкционных материалов: Справочник. К.: Наук. думка. 1971, 327 с.
- [11] Сорокин Е.С. К теории внутреннего трения при колебаниях упругих систем. М: Госстройиздат.1960, 131 с.
- [12] Зыков А.А. Основы теории графов. М: Наука. 1987, 381 с.
- [13] Писаренко Г.С., Богинич О.Е. Колебания кинематически возбуждаемых механических систем с учетом диссипации энергии. К.: Наук. думка. 1982, 220 с.
- [14] Ли С. Оптимальное проектирование линейных и нелинейных виброгасителей для задемпфированных систем. // Конструирование и технология машиностроения. Пер. с англ. М.: Мир. 1983, Том 105, №1, стр. 60-66.
- [15] Shpachuk V., Rubanenko A., Vashchenko Y., Beketov O. M. Influence of mechanical and structural parameters of the rod with mass damper on the natural frequencies of transverse vibrations // Вісник Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут». Серія: Гірництво. 2017, Вип. 134, стр. 142-149.
- [16] Zainulabidin M. H., Jaini N. Vibration Analysis of a Beam Structure Attached with a Dynamic Vibration Absorber // Applied Mechanics and Materials. 2013, Vol. 315, pp. 315-319.
- [17] Павловский М. А., Рыжков Л. М., Яковенко В. Б., Дусматов О. М. Нелинейные задачи динамики виброзащитных систем. Киев: Техніка, 1997, 204 с.
- [18] Рыжков Л.М., Дусматов О.М. О колебаниях стержня с динамическим гасителем // Вестник Киевского политехнического института. Серия: Приборостроение. 1987, Вып. 17, стр. 74-78.
- [19] Dumatov O., Buranov Kh., Kudratov A. Stability of an elastic rod with dynamic absorbers under harmonic transverse vibrations // AIP Conference Proceedings. 2025, Vol. 3177, P. 080002.
- [20] Buranov Kh., Li Q., Popov V. L. Area and boundary contributions to friction in an adhesive contact of power-law indenters // AIP Conference Proceedings. 2025, Vol. 3177, P. 040002.
- [21] Khodjabekev M. U., Buranov Kh. M., Kudratov A. E. Modal Mass and Stiffness of Hysteresis Type Elastic Dissipative Characteristic Plate // AIP Conference Proceedings. 2022, Vol. 2637, P. 050004.

Дата поступления
19.09.2025

Kudratov A.E. Dinamik so'ndirgichlar o'rnatilgan elastik sterjenning ko'ndalang tebranishlari ustuvorligi.

Annotatsiya. Ushbu maqolada gisterezis tipidagi elastik-dissipativ xususiyatlarga ega bo'lgan elastik sterjenning dinamik so'ndirgichlar bilan birgalikdagi ko'ndalang tebranishlarining ustuvorligi tadqiq etildi. Sistema parametrlari orqali ustuvorlik shartlari analitik ravishda ifodalandi, sonli tahlil va xulosalar keltirildi. Xususan, dinamik so'ndirgichning elastik elementlari parametrlariga bog'liq holda ustuvorlik shartlarining o'zgarishi hamda sistemaning stasionar tebranishlaridagi ustuvorlik holatlari tahlil qilindi.

Kalit so'zlar: Ko'ndalang tebranish, dinamik so'ndirgich, ustuvorlik, harakat tenglamasi, gisterizis, elastik.

Kudratov A.E. Stability of an elastic rod with vibration dampers under transverse oscillations.

Abstract. This paper investigates the transverse vibration stability of an elastic rod with hysteresis-type elastic-dissipative characteristics and dynamic vibration dampers. Stability conditions are analytically expressed as functions of system parameters, and a numerical analysis and conclusions are obtained. In particular, the change in stability conditions depending on the elastic elements of the dynamic damper and the change in stability conditions for stationary vibrations of the system under consideration are analyzed.

Keywords: transverse vibration, dynamic absorber, stability, equation of motion, hysteresis, elasticity.

УДК 539.3

ОЦЕНКА НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ ПЛАСТИНЫ ПОД ДЕЙСТВИЕМ КАСАТЕЛЬНЫХ НАГРУЗОК НА ОСНОВЕ БИМОМЕНТНОЙ ТЕОРИИ

Усанов Ф.А.

Институт механики и сейсмостойкости сооружений им.М.Т.Уразбаева АН РУз, Ташкент, Узбекистан.

E-mail: usanovfurqat94@mail.ru

Аннотация. Статья посвящена оценке напряжённо-деформированного состояния (НДС) пластины под действием касательных нагрузок, приложенных по её лицевой поверхности, на основе бимоментной теории пластин. В работе предложена методика и программа расчёта НДС, а также приведена математическая постановка динамической задачи колебаний консольной пластины. Предложены дифференциальные уравнения движения с соответствующими граничными условиями, которые учитывают силы, моменты и бимоменты. Решение задачи осуществлялось с помощью метода конечных разностей. Приведены численные результаты расчета нормальных напряжений.

Ключевые слова: Перемещения, напряжения, силы, моменты, бимоменты, напряженно-деформированное состояние, бимоментная теория, касательная нагрузка, уравнения движения, граничные условия, метод конечных разностей.

Введение. Расчет прочности колебаний пластины под действием касательных нагрузок является одним из важнейших вопросов механики деформируемого твёрдого тела, поскольку такие проблемы часто встречаются в строительстве. Особый интерес представляют тонкие пластины, подвергающиеся не только нормальным, но и касательным нагрузкам. Такие силы могут возникать, например, при трении, в условиях контакта пластины с грунтом, в результате технологических воздействий. Многие известные ученые проводили научные исследования по вопросам колебаний пластин и напряженно-деформированного состояния пластин. Ниже приведен анализ научных исследований и их достижения и недостатки. На основе этого анализа определены некоторые важные аспекты этой работы.

В статье [1] обсуждается асимметричный изгиб круглых пластин с использованием метода конечных элементов. Модель изгиба пластины состоит из одномерных круглых и кольцевых сегментов кольца с использованием подхода ряда Фурье для моделирования асимметрии проблемы.

В работе [2] изложены теоретические основы определения внутренних усилий и построения эпюр различных силовых факторов, определения положения опасных сечений и выбора сечений по условиям прочности. В статье [3] предлагается новый приближенный метод, основанный на аналитических формулах, для оценки предельной прочности усиленных панелей путем исследования механизмов разрушения этих панелей. Сравняются результаты расчетов, выполненных предложенным методом и нелинейным анализом методом конечных элементов, и для всех исследованных сценариев разрушения получено очень хорошее согласие.

В статье [4] исследуются характеристики свободных колебаний укрепленных ортотропных пластин. Рассмотрены числовые примеры и приведен подробный анализ. В статье [5] представлены уравнения конечных элементов для вариационной согласованной теории балок высшего порядка для статического и динамического поведения прямоугольных балок. Показано, что полная интеграция членов жесткости сдвига приводит к восстановлению ограничения Кирхгофа для тонких балок без введения ложных ограничений блокировки. Статья [6] посвящена аналитическому моделированию свободно опертой многослойной

СОДЕРЖАНИЕ

К.С.Султанов, М.М.Мирсаидов, А.Нуьмонов, З.Уразмухамедова. Напряженное состояние Кызылсайской грунтовой плиты под действием статических нагрузок	3
М.К.Усаров, Д.К.Шамсиев, Ф.А.Усанов. Продольные колебания многоэтажного здания с пространственным фундаментом на основе континуальной пластинчатой пространственной модели	11
З.Сирожидинов, Х.А.Гуломова. Вероятностно-статистический анализ результатов испытаний прочности бетона.....	21
К.Мамасолиев, Э.А.Исмоилов. Математическое моделирование продольно-радиальных колебаний трансверсально-изотропных цилиндрических оболочек, нестационарно взаимодействующих с внутренней вязкой жидкостью.....	30
Ш.И.Норматов. Определение минимального коэффициента устойчивости откосов грунтовых плотин методом кругло-цилиндрической поверхности скольжения с применением автоматизированного алгоритма нахождения центра окружности.....	38
А.Э.Кудратов. Устойчивость упругого стержня с гасителями колебаний при поперечных колебаниях.....	47
Ф.А.Усанов. Оценка напряженно-деформированного состояния пластины под действием касательных нагрузок на основе бимоментной теории.....	54
Б.Х.Хужаёров, Ж.Р.Туйгунов. Задача аномальной фильтрации жидкости в кусочно-неоднородной пористой среде.....	60
С.Худайкулов, Ж.Каниев, А.Абдувахобов. многофазные волны при взаимодействии дисперсных смесей с турбулентными потоками и их применение.....	71
М.Е.Мадалиев. Численный анализ 3d крыла Onera M6 на основе моделей турбулентности SA и SST.....	76
Д.С. Яхшибаев. Динамика перемешивания стратифицированных потоков туямуянского водохранилища.....	82
Т.Р.Пулатов, Ж.А.Умрзоков. Математическое моделирование движения жидкости в гидроаккумуляторе гидрорекуперационной тормозной системы.....	86
Г.А.Юсупходжаева, Д.С.Бекчанова. Технология по производству смесовой пряжи из вторичных отходов натурального шелка.....	91
Ш.Т.Равутов. Обоснование параметров зубчатого привода хлопкоуборочного аппарата, оснащенного малогабаритными эллиптическими барабанами	96
О.С. Норкузиев. Расчетный анализ процесса съема хлопка со шпинделей хлопкоуборочных машин.....	103
Л.Э.Турсунбоев. Определение сил реакции опор прижимного устройства шлифовальной машины.....	110
Абдукаримов А., Рахмонов Х.Н. Синтез комбинированных зубчато-рычажных дифференциальных передаточных механизмов.....	117
Д.М.Мухаммадиев, Х.А.Ахмедов, Б.Х.Примов, О.Х.Абзоиров. Экспериментальное исследование привода пильного волоконотделителя с семяотводящим устройством.....	130

MUNDARIJA

K.S.Sultanov, M.M.Mirsaidov, A.Nu'monov, Z.Urazmuhamedova. Qizilsoy gruntli to'g'onining statik kuchlar ta'sirida kuchlanishini baholash.....	3
M.K.Usarov, F.A.Usanov, D.K.Shamsiyev. Kontinual plastinali fazoviy model asosida fazoviy poydevorga ega ko'p qavatli binoning bo'ylama tebranishlari	11
Z.Sirojiddinov, X.A.Gulomova. Beton mustahkamligi sinovlari natijalarining ehtimollik-statistik tahlili.....	21
K.Mamasoliyev, E.A.Ismoilov. Ichki qovushoq suyuqlik bilan o'zaro nostatsionar ta'sirlashuvchi transversal-izotrop silindrik qobiqning bo'ylama-radial tebranishlarini matematik modellashtirish	30
Sh.I. Normatov. Aylana markazini avtomatlashtirilgan aniqlash algoritmini qo'llab, gruntli to'g'on qiyaliklari ustuvorligini minimal ustuvorlik koeffitsiyentini doiraviy-silindrik siljish sirti usuli bilan aniqlash	38
A.E. Kudratov. Dinamik so'ndirgichlar o'rnatilgan elastik sterjenning ko'ndalang tebranishlari ustuvorligi.....	47
F.A. Usanov. Bimoment nazariyasi asosida urinma yuklar ta'siridagi plastinaning kuchlanganlik-deformatsiyalanganlik holatini baholash.....	54
B.Xujayorov, J.R.Tuyg'unov. Bo'lakli bir jinsli bo'lmagan g'ovak muhitda suyuqliklarning anomal sizish masalasi.....	60
S.Xudayqulov, J.Kaniev, A.Abdurahobov. Dispers aralashmalar turbulent oqimlar bilan o'zaro ta'sirlashganda ko'p fazali to'lqinlar va ularning qo'llanilishi.....	71
M.E. Madaliyev. SA va SST turbulenti modeli asosida Onera M6 3D qanotining sonli tahlili	76
D.S. Yaxshiboyev Tuyamuyun suv omboridagi qatlamli oqimlar dinamika aralashishi.....	82
J.A.Umrzoqov, T.R. Pulatov. Hidroreperativ tormoz tizimidagi gidroakkumulyator ichidagi suyuqlik harakatini matematik modellashtirish	86
G.A.Yusupxodjayeva, D.S.Bekchanova. Tabiiy ipakning ikkilamchi chiqindilaridan aralash yigirilgan ip ishlab chiqarish texnologiyasi	91
Sh.T. Ravutov. Kichik gabaritli elliptik barabanlar bilan jihozlangan paxta terish apparati tishli yuritmasi parametrlarini asoslash ...	96
O.S.Norqo'ziyev. Paxta terim mashinalarining shpindel yuzasidagi paxta o'ramidan tozalash jarayonining hisobiy tahlili.....	103
L.E. Tursunboyev. Jilvirlash mashinasi uzatuvchi qurilmasining tayanchlaridagi reaksiya kuchlarini tadqiq qilish.....	110
A.Abdukarimov, X.N. Raxmonov. Kombinatsiyalangan tishli-richagli differensial uzatish mexanizmlarini sintez qilish.....	117
D.M.Muhammadiyev, H.A.Axmedov, B.X.Primov, O.X. Abzoirov. Chigiti chiqaruvchi qurilmali arrali tola ajratgich harakat uzatish tizimining eksperimental tadqiqoti.....	130