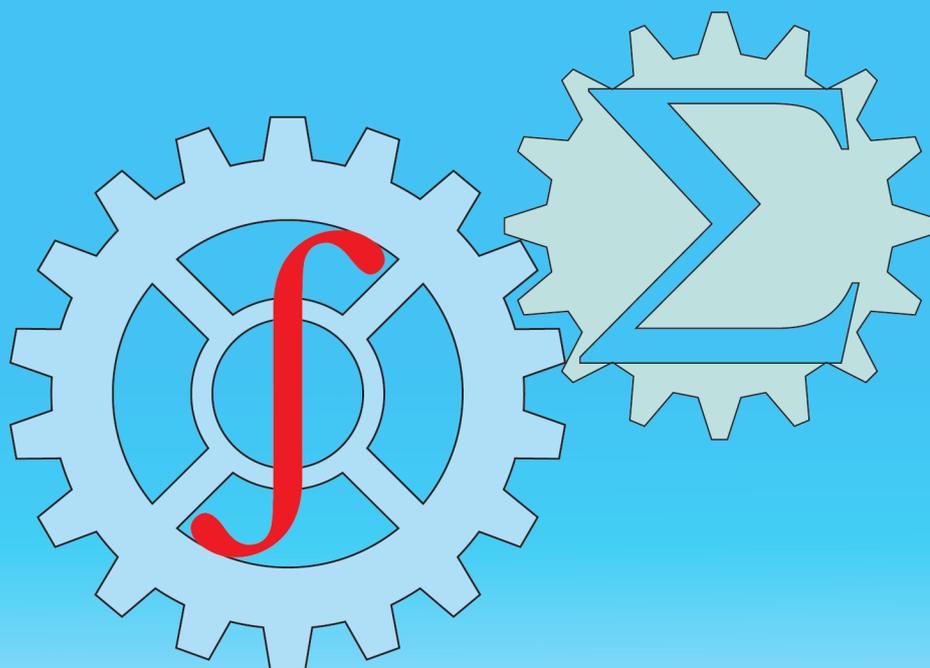




ISSN: 2010-7250
Published from 1992

Институт механики и сейсмостойкости сооружений
Mechanika va inshootlar seysmik mustahkamligi instituti

МЕХАНИКА МУАММОЛАРИ ПРОБЛЕМЫ МЕХАНИКИ PROBLEMS OF MECHANICS



2025
Volume 34
No: 4

O‘ZBEKISTON RESPUBLIKASI FANLAR AKADEMIYASI
АКАДЕМИЯ НАУК РЕСПУБЛИКИ УЗБЕКИСТАН

МЕХАНИКА
МУАММОЛАРИ

O‘ZBEKISTON
JURNALI

4

2025

УЗБЕКСКИЙ
ЖУРНАЛ

ПРОБЛЕМЫ
МЕХАНИКИ

Журнал под таким названием издается с января 1992 г.

Ташкент – 2025

РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ

Главный редактор – докт. физ.-мат. наук, проф. К.С. СУЛТАНОВ
Заместитель главного редактора – докт. физ.-мат. наук Р.А. АБИРОВ
Заместитель главного редактора – PhD Н.А. НИШОНОВ
Ответственный секретарь – докт. тех. наук М.М. ХАМДАМОВ

Абдикаримов Р.А. д.ф.-м.н., проф. (Ташкент)	Мирсаидов М. д.т.н., проф., акад. АН РУз (Ташкент)
Абдусаттаров А. д.т.н., проф. (Ташкент)	Мухаммадиев Д.М. д.т.н., проф. (Ташкент)
Азимов Д. д.т.н., проф. (США)	Панахов Г.М. д.т.н., проф., член-корр. НАНА (Баку)
Алдошин Н.В. д.т.н., проф. (Москва)	Паровик Р. д.ф.-м.н. (Петропавловск-Камчатский)
Алимухамедов Ш.П. д.т.н., проф. (Ташкент)	Ризаев А.А. д.т.н., проф. (Ташкент)
Ахмедов А.Б. д.ф.-м.н., проф. (Ташкент)	Сагдиев Х.С. к.т.н. (Ташкент)
Бахадиров Г.А. д.т.н., проф. (Ташкент)	Сирожиддинов З. д.т.н., проф. (Самарканд)
Быковцев А.С. д.ф.-м.н., проф. (США)	Старовойтов Э.И. д.ф.-м.н. (Гомель, Беларусь)
Ватин Н.И. д.т.н., проф. (Санкт-Петербург)	Тохилов Ш.М. к.ф.-м.н. (США)
Дусматов О.М. д.ф.-м.н., проф. (Самарканд)	Тухтакузиев А.Т. д.т.н., проф. (Ташкент)
Зубарев А.Ю. д.ф.-м.н., проф. (Екатеринбург)	Юлдашев Ш.С. д.т.н., проф. (Наманган)
Исмоилова С.И. д.т.н., проф. (Ташкент)	Худайкулиев Р.Р. к.т.н. (Ташкент)
Казанцев С.П. д.т.н., проф. (Москва)	Хужаев И.К. д.т.н., проф. (Ташкент)
Кузнецов С.В. д.ф.-м.н., проф. (Москва)	Хужаёров Б.Х. д.ф.-м.н., проф. (Самарканд)
Маликов З.М. д.т.н., проф. (Ташкент)	Хусанов Б.Э. д.т.н. (Ташкент)
Мамасаидов М.Т. д.т.н., проф., акад. НАН КР (Ош)	Шардаков И.Н. д.ф.-м.н., проф. (Пермь)
Мардонов Б.М. д.ф.-м.н., проф. (Ташкент)	Эргашов М. д.т.н., проф. (Ташкент)
Матвеев В.П. д.т.н., проф., акад. РАН (Пермь)	Ювмитов А.С. д.т.н., с.н.с. (Ташкент)

Адрес редакции:

*100125, Ташкент, Академгородок, Дурмон йули, 40.
Институт механики и сейсмостойкости сооружений им. М.Т. Уразбаева АН РУз*

*Телефон: +99855 520-02-45
+99855 520-04-46*

E-mail: instmechofficial@gmail.com

Технический редактор: Михайлова В.В.

Журнал зарегистрирован Агентством по печати и информации Республики Узбекистан 22.12.2006 г.
Регистрационный номер 0050.

Номер одобрен на заседании редакционной коллегии журнала 25.12.2025

Сдано в набор 15.12.2025. Подписано в печать 29.12.2025.

Формат 60×84 1/8. Гарнитура Times New Roman. Ризография.

Усл.- печ. л. 6.5. Уч.-изд. л. 6.82. Тираж 130.

Цена договорная.

Отпечатано в типографии ООО "Munis design group":

100170, г. Ташкент, ул. Буз-2, презд, дом 17-А.

Kudratov A.E. Stability of an elastic rod with vibration dampers under transverse oscillations.

Abstract. This paper investigates the transverse vibration stability of an elastic rod with hysteresis-type elastic-dissipative characteristics and dynamic vibration dampers. Stability conditions are analytically expressed as functions of system parameters, and a numerical analysis and conclusions are obtained. In particular, the change in stability conditions depending on the elastic elements of the dynamic damper and the change in stability conditions for stationary vibrations of the system under consideration are analyzed.

Keywords: transverse vibration, dynamic absorber, stability, equation of motion, hysteresis, elasticity.

УДК 539.3

ОЦЕНКА НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ ПЛАСТИНЫ ПОД ДЕЙСТВИЕМ КАСАТЕЛЬНЫХ НАГРУЗОК НА ОСНОВЕ БИМОМЕНТНОЙ ТЕОРИИ

Усанов Ф.А.

Институт механики и сейсмостойкости сооружений им.М.Т.Уразбаева АН РУз, Ташкент, Узбекистан.

E-mail: usanovfurqat94@mail.ru

Аннотация. Статья посвящена оценке напряжённо-деформированного состояния (НДС) пластины под действием касательных нагрузок, приложенных по её лицевой поверхности, на основе бимоментной теории пластин. В работе предложена методика и программа расчёта НДС, а также приведена математическая постановка динамической задачи колебаний консольной пластины. Предложены дифференциальные уравнения движения с соответствующими граничными условиями, которые учитывают силы, моменты и бимоменты. Решение задачи осуществлялось с помощью метода конечных разностей. Приведены численные результаты расчета нормальных напряжений.

Ключевые слова: Перемещения, напряжения, силы, моменты, бимоменты, напряженно-деформированное состояние, бимоментная теория, касательная нагрузка, уравнения движения, граничные условия, метод конечных разностей.

Введение. Расчет прочности колебаний пластины под действием касательных нагрузок является одним из важнейших вопросов механики деформируемого твёрдого тела, поскольку такие проблемы часто встречаются в строительстве. Особый интерес представляют тонкие пластины, подвергающиеся не только нормальным, но и касательным нагрузкам. Такие силы могут возникать, например, при трении, в условиях контакта пластины с грунтом, в результате технологических воздействий. Многие известные ученые проводили научные исследования по вопросам колебаний пластин и напряженно-деформированного состояния пластин. Ниже приведен анализ научных исследований и их достижения и недостатки. На основе этого анализа определены некоторые важные аспекты этой работы.

В статье [1] обсуждается асимметричный изгиб круглых пластин с использованием метода конечных элементов. Модель изгиба пластины состоит из одномерных круглых и кольцевых сегментов кольца с использованием подхода ряда Фурье для моделирования асимметрии проблемы.

В работе [2] изложены теоретические основы определения внутренних усилий и построения эпюр различных силовых факторов, определения положения опасных сечений и выбора сечений по условиям прочности. В статье [3] предлагается новый приближенный метод, основанный на аналитических формулах, для оценки предельной прочности усиленных панелей путем исследования механизмов разрушения этих панелей. Сравняются результаты расчетов, выполненных предложенным методом и нелинейным анализом методом конечных элементов, и для всех исследованных сценариев разрушения получено очень хорошее согласие.

В статье [4] исследуются характеристики свободных колебаний укрепленных ортотропных пластин. Рассмотрены числовые примеры и приведен подробный анализ. В статье [5] представлены уравнения конечных элементов для вариационной согласованной теории балок высшего порядка для статического и динамического поведения прямоугольных балок. Показано, что полная интеграция членов жесткости сдвига приводит к восстановлению ограничения Кирхгофа для тонких балок без введения ложных ограничений блокировки. Статья [6] посвящена аналитическому моделированию свободно опертой многослойной

балки с расширенно-коническим сечением. Разработана упрощенная аналитическая модель этой балки с исключением эффекта сдвига.

В статье [7] рассматривается вопрос вывода значений собственных частот конструкций, имеющих модуль упругости и плотность материала, изменяющиеся от точки к точке. В статье [8] оцениваются классические и усовершенствованные конечные пластинчатые элементы на изгиб и колебания слоистых композитов и слоистых структур. Было реализовано и сравнено около 20 пластинчатых конечных элементов: классические, основанные на предположении смещения, сравниваются с усовершенствованными смешанными элементами, которые сформулированы на основе смешанной вариационной теоремы Рейсснера.

В статье [9] рассмотрен динамический анализ гибких расслоенных слоистых балок. Используя нулевые векторы, разработана новая схема сборки, которая может быть использована для обеспечения требований непрерывности на краях области расслоения, что приводит к термину жесткости расслоения.

Статьи [10-12] посвящены динамическому расчету элементов коробчатой конструкции зданий на сейсмостойкость при динамических воздействиях, заданных перемещением их нижней части по синусоидальному закону. Приведены уравнения движения для каждого из пластинчатых и балочных элементов коробчатой конструкции здания на основе теории Кирхгофа-Лява.

Публикации [13-15] посвящены разработке новой теории толстых пластин с учетом внутренних сил, моментов и бимоментов. Построено точное решение изгиба толстой пластины под действием синусоидальной нагрузки.

Постановка задачи. Предполагаем, что прямоугольная консольная пластина размерами в плане a и b , толщиной H подвергается воздействию касательной нагрузки, приложенной по ее лицевой поверхности, как показано на рис. 1.

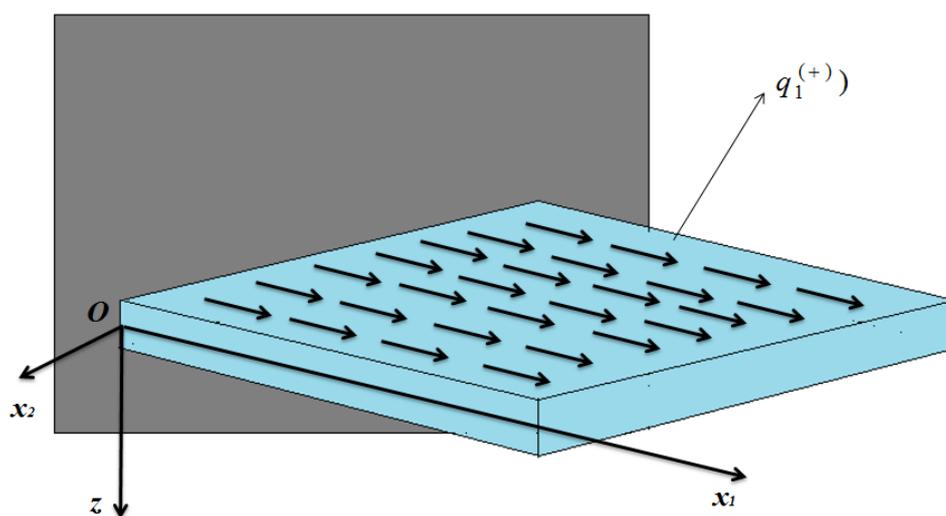


Рис. 1. Консольная пластина под действием касательной нагрузки

Полутолщина пластины считается равной h . Для механических характеристик пластины введем обозначения: для модулей упругости E_1, E_2, E_3 , для модулей сдвига G_{12}, G_{13}, G_{23} , для коэффициентов Пуассона; $\nu_{12}, \nu_{13}, \nu_{23}$. Задача рассматривается в прямоугольной системе координат: x_1, x_2 и z . При этом ось Oz направим вертикально вниз по толщине пластины. Распределенные поверхностные касательные нагрузки приложены к верхней лицевой поверхности пластины $z = -h$. Касательная нагрузка направлена вдоль оси Ox_2 , $-q_2^{(+)}$. Компоненты вектора перемещения определяются функциями трех пространственных координат и времени. Компоненты вектора смещений зависят от пространственных координат x_1, x_2, z и времени t : $u_1 = u_1(x_1, x_2, z, t)$, $u_2 = u_2(x_1, x_2, z, t)$, $u_3 = u_3(x_1, x_2, z, t)$. Для определения компоненты тензора деформации воспользуемся соотношениями Коши.

Бимоментная теория базируется на известных соотношениях Коши, обобщенном законе Гука, трехмерных уравнениях общей теории упругости и граничных условиях [13-15]. Моменты, силы, и бимоменты представляются девятью неизвестными функциями, приведенными ниже:

$$\begin{aligned}\tilde{W} &= \frac{u_3^{(+)} + u_3^{(-)}}{2}, \quad \tilde{r} = \frac{1}{2h} \int_{-h}^h u_3 dz, \quad \tilde{\gamma} = \frac{1}{2h^3} \int_{-h}^h u_3 z^2 dz, \\ \tilde{u}_k &= \frac{u_k^{(+)} - u_k^{(-)}}{2}, \quad \tilde{\psi}_k = \frac{1}{2h^2} \int_{-h}^h u_k z dz, \quad \tilde{\beta}_k = \frac{1}{2h^4} \int_{-h}^h u_k z^3 dz, \quad (k=1,2).\end{aligned}\tag{1}$$

Запишем уравнения движения пластины относительно изгибающих, крутящих моментов и относительно перерезывающих сил [13-15]:

$$\begin{aligned}\frac{\partial M_{11}}{\partial x_1} + \frac{\partial M_{12}}{\partial x_2} - Q_{13} + H\tilde{q}_1 &= \frac{H^2}{2} \rho \ddot{\tilde{\psi}}_1, \\ \frac{\partial M_{21}}{\partial x_1} + \frac{\partial M_{22}}{\partial x_2} - Q_{23} + H\tilde{q}_2 &= \frac{H^2}{2} \rho \ddot{\tilde{\psi}}_2.\end{aligned}\tag{2}$$

где ρ - плотность материала пластины.

Уравнение относительно перерезывающих сил запишется в виде:

$$\frac{\partial Q_{13}}{\partial x_1} + \frac{\partial Q_{23}}{\partial x_2} + 2\tilde{q}_3 = \rho H \ddot{\tilde{r}}\tag{3}$$

Изгибающие, сдвигающие моменты M_{11} , M_{22} , M_{12} и перерезывающие силы Q_{13} , Q_{23} определяются следующим образом.

Выражения изгибающих и сдвигающих моментов имеют вид:

$$\begin{aligned}M_{11} &= \int_{-h}^h \sigma_{11} z dz = \frac{H^2}{2} \left(E_{11} \frac{\partial \tilde{\psi}_1}{\partial x_1} + E_{12} \frac{\partial \tilde{\psi}_2}{\partial x_2} - E_{13} \frac{2(\tilde{r} - \tilde{W})}{H} \right), \\ M_{22} &= \int_{-h}^h \sigma_{22} z dz = \frac{H^2}{2} \left(E_{12} \frac{\partial \tilde{\psi}_1}{\partial x_1} + E_{22} \frac{\partial \tilde{\psi}_2}{\partial x_2} - E_{23} \frac{2(\tilde{r} - \tilde{W})}{H} \right), \\ M_{12} = M_{21} &= \int_{-h}^h \sigma_{12} z dz = G_{12} \frac{H^2}{2} \left(\frac{\partial \tilde{\psi}_1}{\partial x_2} + \frac{\partial \tilde{\psi}_2}{\partial x_1} \right).\end{aligned}\tag{4}$$

Выражения для перерезывающих сил запишутся в виде:

$$\begin{aligned}Q_{13} &= \int_{-h}^h \sigma_{13} dz = G_{13} \left(2\tilde{u}_1 + H \frac{\partial \tilde{r}}{\partial x_1} \right), \\ Q_{23} &= \int_{-h}^h \sigma_{23} dz = G_{23} \left(2\tilde{u}_2 + H \frac{\partial \tilde{r}}{\partial x_2} \right).\end{aligned}\tag{5}$$

Бимоменты P_{11} , P_{22} , P_{12} , порождаемые при изгибе и сдвиге пластины, определяются по следующим формулам:

$$\begin{aligned}
P_{11} &= \frac{1}{h^2} \int_{-h}^h \sigma_{11} z^3 dz = \frac{H^2}{2} \left(E_{11} \frac{\partial \tilde{\beta}_1}{\partial x_1} + E_{12} \frac{\partial \tilde{\beta}_2}{\partial x_2} - E_{13} \frac{2(3\tilde{\gamma} - \tilde{W})}{H} \right), \\
P_{22} &= \frac{1}{h^2} \int_{-h}^h \sigma_{22} z^3 dz = \frac{H^2}{2} \left(E_{12} \frac{\partial \tilde{\beta}_1}{\partial x_1} + E_{22} \frac{\partial \tilde{\beta}_2}{\partial x_2} - E_{23} \frac{2(3\tilde{\gamma} - \tilde{W})}{H} \right), \\
P_{12} = P_{21} &= \frac{1}{h^2} \int_{-h}^h \sigma_{12} z^3 dz = \frac{H^2}{2} G_{12} \left(\frac{\partial \tilde{\beta}_1}{\partial x_2} + \frac{\partial \tilde{\beta}_2}{\partial x_1} \right).
\end{aligned} \tag{6}$$

Интенсивности поперечных касательных и нормальных бимоментов \tilde{p}_{13} , \tilde{p}_{23} и \tilde{p}_{33} определяются выражениями:

$$\tilde{p}_{k3} = G_{k3} \left(\frac{2\tilde{u}_k - 4\tilde{\psi}_k}{H} + \frac{\partial \tilde{\gamma}}{\partial x_k} \right), \quad (k=1,2), \quad \tilde{p}_{33} = E_{31} \frac{\partial \tilde{\psi}_1}{\partial x_1} + E_{32} \frac{\partial \tilde{\psi}_2}{\partial x_2} - E_{33} \frac{2(\tilde{r} - \tilde{W})}{H}. \tag{7}$$

Уравнения относительно бимоментов при изгибе и поперечном сдвиге получаются в виде:

$$\frac{\partial P_{11}}{\partial x_1} + \frac{\partial P_{12}}{\partial x_2} - 3\tilde{p}_{13} + H\tilde{q}_1 = \frac{H^2}{2} \rho \ddot{\beta}_1, \tag{8}$$

$$\frac{\partial P_{21}}{\partial x_1} + \frac{\partial P_{22}}{\partial x_2} - 3\tilde{p}_{23} + H\tilde{q}_2 = \frac{H^2}{2} \rho \ddot{\beta}_2,$$

$$H \frac{\partial \tilde{p}_{13}}{\partial x_1} + H \frac{\partial \tilde{p}_{23}}{\partial x_2} - 4\tilde{p}_{33} + 2\tilde{q}_3 = H\rho \ddot{\gamma}. \tag{9}$$

Уравнения (2), (3), (8) и (9) составляют совместную систему из шести уравнений относительно девяти неизвестных функций: $\tilde{\psi}_1$, $\tilde{\psi}_2$, $\tilde{\beta}_1$, $\tilde{\beta}_2$, \tilde{u}_1 , \tilde{u}_2 , \tilde{r} , $\tilde{\gamma}$, \tilde{W} .

В уравнениях (2), (3), (8) и (9) содержатся девять неизвестных функций, что недостаточно для однозначного решения поставленной задачи. Для однозначности требуется ещё три уравнения. Для построения этих недостающих уравнений разложим перемещения u в ряд Маклорена. Приведем эти уравнения для задачи об изгибных колебаниях:

$$\frac{\partial \tilde{\sigma}_{11}}{\partial x_1} + \frac{\partial \tilde{\sigma}_{12}}{\partial x_2} + \frac{\tilde{\sigma}_{13}^*}{H} = \rho \ddot{u}_1, \tag{10}$$

$$\frac{\partial \tilde{\sigma}_{21}}{\partial x_1} + \frac{\partial \tilde{\sigma}_{22}}{\partial x_2} + \frac{\tilde{\sigma}_{23}^*}{H} = \rho \ddot{u}_2,$$

$$\frac{\partial \tilde{q}_1}{\partial x_1} + \frac{\partial \tilde{q}_2}{\partial x_2} + \frac{\tilde{\sigma}_{33}^*}{H} = \rho \ddot{W}. \tag{11}$$

Здесь $\tilde{\sigma}_{11}$, $\tilde{\sigma}_{12}$, $\tilde{\sigma}_{22}$ определяются из закона Гука с учетом условий на лицевых поверхностях:

$$\begin{aligned}
\sigma_{11} &= E_{11}^* \frac{\partial \tilde{u}_1}{\partial x_1} + E_{12}^* \frac{\partial \tilde{u}_2}{\partial x_2} + \frac{E_{13}}{E_{33}} \tilde{q}_3, \\
\tilde{\sigma}_{22} &= E_{12}^* \frac{\partial \tilde{u}_1}{\partial x_1} + E_{22}^* \frac{\partial \tilde{u}_2}{\partial x_2} + \frac{E_{23}}{E_{33}} \tilde{q}_3, \\
\tilde{\sigma}_{12} &= G_{12} \left(\frac{\partial \tilde{u}_1}{\partial x_2} + \frac{\partial \tilde{u}_2}{\partial x_1} \right),
\end{aligned} \tag{12}$$

$$\frac{\tilde{\sigma}_{3k}^*}{H} = G_{k3} \frac{210(33\tilde{\beta}_k - 9\tilde{\psi}_k - 4\tilde{u}_k)}{H^2} + G_{k3} \frac{\partial}{\partial x_k} \left(\frac{\tilde{q}_3}{E_{33}} - \frac{E_{31}}{E_{33}} \frac{\partial \tilde{u}_1}{\partial x_1} - \frac{E_{31}}{E_{33}} \frac{\partial \tilde{u}_2}{\partial x_2} \right) + \frac{42}{H} \left(\tilde{q}_k - G_{k3} \frac{\partial \tilde{W}}{\partial x_k} \right), \quad (k=1,2), \quad (13)$$

$$\frac{\tilde{\sigma}_{33}^*}{H} = E_{33} \frac{210(9\tilde{\gamma} - 2\tilde{W} - \tilde{r})}{H^2} + E_{31} \frac{\partial}{\partial x_1} \left(\frac{\tilde{q}_1}{G_{13}} - \frac{\partial \tilde{W}}{\partial x_1} \right) + E_{32} \frac{\partial}{\partial x_2} \left(\frac{\tilde{q}_2}{G_{23}} - \frac{\partial \tilde{W}}{\partial x_2} \right) + \frac{30}{H} \left(\tilde{q}_3 - E_{31} \frac{\partial \tilde{u}_1}{\partial x_1} - E_{32} \frac{\partial \tilde{u}_2}{\partial x_2} \right). \quad (14)$$

Система уравнений (2), (3), (8) - (11) составляет совместную систему относительно девяти неизвестных функций $\tilde{\psi}_1, \tilde{\psi}_2, \tilde{u}_1, \tilde{u}_2, \tilde{\beta}_1, \tilde{\beta}_2, \tilde{r}, \tilde{\gamma}, \tilde{W}$.

Отметим что, учет нелинейности распределения перемещений в поперечных сечениях и всех видов компонентов тензора деформаций, напряжений требует введения в рассмотрение бимоментов. В данной работе предложены аналитические формулы для определения сил, моментов и бимоментов в поперечных сечениях.

Граничные условия. Считается, что край пластины $x_1=0$ жестко защемлен. Остальные края пластины свободны от опор. На защемленном крае пластины перемещения равны нулю:

$$\tilde{\psi}_1 = 0, \quad \tilde{\beta}_1 = 0, \quad \tilde{\psi}_2 = 0, \quad \tilde{\beta}_2 = 0, \quad \tilde{u}_1 = 0, \quad \tilde{u}_2 = 0, \quad \tilde{r} = 0, \quad \tilde{\gamma} = 0, \quad \tilde{W} = 0, \quad (15)$$

А на свободных краях пластины $x_2=0, x_2=b, x_1=a$ силы, моменты и бимоменты равны нулю.

$$M_{11} = 0, \quad M_{12} = 0, \quad P_{11} = 0, \quad P_{12} = 0, \quad Q_{13} = 0, \quad \tilde{p}_{13} = 0, \quad \tilde{\sigma}_{11} = 0, \quad \tilde{\sigma}_{12} = 0, \quad \tilde{\sigma}_{11}^* = 0. \quad (16)$$

$$M_{22} = 0, \quad M_{12} = 0, \quad P_{22} = 0, \quad P_{12} = 0, \quad Q_{23} = 0, \quad \tilde{p}_{23} = 0, \quad \tilde{\sigma}_{22} = 0, \quad \tilde{\sigma}_{12} = 0, \quad \tilde{\sigma}_{22}^* = 0. \quad (17)$$

Метод решения. Методика и алгоритм численного решения задачи колебаний пластины под действием касательных сил разработаны на основе метода конечных разностей. Для аппроксимации производных перемещений по пространственным координатам воспользуемся формулами центральных разностных схем. Для аппроксимации производных от напряжений, сил, моментов и бимоментов используются центральные конечно-разностные схемы на полушагах, которые имеют второй порядок точности. Условия о равенстве нулю силовых факторов пластины на свободных краях аппроксимируем в виде равенства нулю среднеарифметического значения перемещений внешних и внутренних точек. Программа расчета перемещений и силовых факторов многоэтажного здания составлена в алгоритмической среде *Delphi*.

Анализ результатов. Считаем, что пластины из железобетона, модуль упругости которого $E=20000$ МПа, плотность $\rho=2500$ кг/м³ и коэффициент Пуассона $\nu=0.3$. Размеры пластинчатого сооружения: толщина, длина и высота сооружения, соответственно приняты равными $H=1$ м, $a=10$ м, $b=10$ м.

Касательная сила $q_2^{(+)}$, задается с верхней части пластины, в виде равномерно распределенной силы по гармоническому закону.

$$q_2^{(+)} = q_0 \sin(\omega_0 t).$$

Здесь $c_0=2821$ м/с - скорость распространения упругой волны в бетоне по оси x_2 .

В табл. 1 приведены максимальные значения перемещений $\tilde{\psi}_1, \tilde{\psi}_2, \tilde{u}_1, \tilde{u}_2, \tilde{r}$, и \tilde{w} , в точке 3 на свободной стороне пластины при первом значении собственной частоты ω_0 , колебаний пластины.

Таблица 1.

Максимальные значения перемещений $\tilde{\psi}_1, \tilde{\psi}_2, \tilde{u}_1, \tilde{u}_2, \tilde{r}$, и \tilde{w} , в точке 3 на свободной стороне пластины

ω_0 , (В рад/сек)	$[x_1, x_2]$	$\tilde{\psi}_1$, (в см)	$\tilde{\psi}_2$, (в см)	\tilde{u}_1 , (в см)	\tilde{u}_2 , (в см)	\tilde{r} , (в см)
28	[1, 10]	0.122	0.161	0.351	0.413	4.551
	[5, 10]	0.147	0.115	0.454	0.288	2.572
	[10, 10]	0.123	0.117	0.417	0.356	2.295

В табл. 2 приведено отношение значений нормальных напряжений σ_{11} , σ_{22} к значению внешней силы q_0 для различных значений собственной частоты ω_0 , колебаний пластинчатого сооружения. В приведенных выше расчетах значения нормальных напряжений σ_{11} , σ_{22} к значению внешней силы q_1 были рассчитаны одновременно.

Таблица 2.

Значения нормальных напряжений σ_{11} , σ_{22} к значению внешней силы q_0 для различных значений собственной частоты ω_0 колебаний пластинчатого сооружения.

ω , (в рад/сек)	σ_{11}/q_0	σ_{22}/q_0
28.0	16.23	18.48
25.2	13.89	15.94
22.4	10.03	12.84

Для удобства введены безразмерные координаты по формулам $x=x_1/a$, $y=x_2/b$, $\tau=ct/H$. В расчетах шаг вычисления по безразмерным координатам был принят равным $\Delta x=\Delta y=1/10$. Устойчивость вычисления по безразмерному времени обеспечена по явной схеме при шаге $\Delta\tau=0.01$.

Расчёты проводились для точки, расположенной посередине защемлённой части пластины. То есть, если пластина разделена на конечные сечения размером $\Delta x=\Delta y=1/10$, то расчёты проводились для точки [1, 5]. При расчетах собственная частота колебаний пластины вычислялась аналитически, принимая наибольшее значение ω и значение, наиболее близкое к ее первой частоте, а также учитывалось изменение нормальных и касательных напряжений в порядке уменьшения частоты.

Заключение. В рамках теории пластин поставлена и решена динамическая задача напряженного состояния пластины под действием касательных сил, заданных с верхней части пластины, в виде равномерно распределенной силы по гармоническому закону. Если посмотреть на таблицу, то по мере уменьшения значениях частот внешней нагрузки ω , нормальное напряжение σ_{11} также равномерно уменьшается, но напряжения σ_{12} и σ_{22} сначала увеличиваются, а затем возвращаются в исходное состояние. Это показывает, что, поскольку сила, приложенная к пластине сверху, задана в направлении σ_{11} , результирующее напряжение σ_{11} также уменьшается по мере уменьшения силы. Фактически, так и должно быть на практике, и это свидетельствует о том, что наша программа разработана правильно и работает корректно.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Pardo G. C. Asymmetric bending of circular plates using the finite element method // Computers & Structures. 1975, Vol. 5, Iss. 2–3, pp. 197–202.
- [2] Гумбаров А.Д., Кремянский Ф.В., Брусенцов А.С., Ванжа В.В., Дробот В.А. Инженерные расчеты элементов конструкций средств АПК, учеб. пособие. Краснодар: КубГАУ, 2019, 90 с.
- [3] Ozdemir M., Ergin A., Yanagihara D., Tanaka S., Yao T. A new method to estimate ultimate strength of stiffened panels under longitudinal thrust based on analytical formulas // Marine Structures. 2018, Vol. 59, pp. 510–535.
- [4] Patro S.S. Behera R.K., Sharma N. Prediction of free vibration responses of orthotropic stiffened flat panels // Materials Today: Proceedings. 2018, Vol. 5, Iss. 9, Part 3, pp. 20170–20176.
- [5] Heyliger P.R., Reddy J.N. A higher order beam finite element for bending and vibration problems // Journal of Sound and Vibration. 1988, Vol. 126, Iss. 2, pp. 309–326.
- [6] Magnucki K., Kustosz J., Goliwas D. Free flexural vibrations of an expanded-tapered sandwich beam // Vibrations in Physical Systems. 2023, Vol. 34, No. 1, P. 2023114.
- [7] Elishakoff I. Vibrations of Beams and Plates: Review of First Closed-Form Solutions in the Past 250 Years / I. Elishakoff. – Boca Raton: Florida Atlantic University, 2023, 45 p.
- [8] Carrera E., Demasi L., Manganello M. Assessment of Plate Elements on Bending and Vibrations of Composite Structures // Mechanics of Advanced Materials and Structures. 2002, Vol. 9, No. 4, pp. 333–357.
- [9] Erdelyi H.N., Hashemi S.M. On the Finite Element Free Vibration Analysis of Delaminated Layered Beams: A New Assembly Technique // Shock and Vibration. 2016, Vol. 2016, Article ID 3707658, 14 p.
- [10] Usarov, M., Mamatisaev G., Usarov D. Calculation of the Box Structure of Large-Panel Buildings // AIP Conference Proceedings, 2023, Vol. 2612, P. 040014.
- [11] Usarov, M., Mamatisaev G., Usarov, D.. Calculation of compelled fluctuations of panel buildings // E3S Web of Conferences. 2023, Vol. 365, P. 02002.
- [12] Usarov M., Usarov D., Mamatisaev G. Calculation of a Spatial Model of a Box-Type Structure in the LIRA Design System Using the Finite Difference Method // Lecture Notes in Networks and Systems. 2022, Vol. 403, pp. 1267–1275.

- [13] *Mirsaidov, M., Usarov, M.* Bimoment theory construction to assess the stress state of thick orthotropic plates // IOP Conference Series: Earth and Environmental Science. 2020, Vol. 614, No. 1, P.012090.
- [14] *Усаров М.К.* Бимоментная теория толстых анизотропных пластин. Ташкент. Fan ziyosi, 2022, 246 с.
- [15] *Usarov M., Usanov F.* On solution of the problem of bending and vibrations of thick plates on the basis of the bimoment theory // AIP Conference Proceedings. 2022, Vol. 2637, Art. 0118598 (7 p.).

Дата поступления
03.10.2025

Usanov F.A. Bimoment nazariyasi asosida urinma yuklar ta'siridagi plastinaning kuchlanganlik–deformatsiyalanganlik holatini baholash.

Annotatsiya. Maqola plastinaning ustki qismiga qo'yilgan urinma yuklar ta'siridagi kuchlanganlik–deformatsiyalanganlik holatini bimoment nazariyasi asosida baholashga bag'ishlangan. Ishda kuchlanganlik–deformatsiyalanganlik holatini hisoblash uslubiyoti va dasturi taklif qilingan, shuningdek, konsol plastina tebranishining dinamik masalasining matematik qo'yilishi keltirilgan. Kuchlar, momentlar va bimomentlarni hisobga oluvchi tegishli chegaraviy shartlar bilan birga harakatning differensial tenglamalari taklif etilgan. Masala chekli ayirmalar usuli yordamida sonli yechilgan. Normal kuchlanishlarni hisoblashning sonli natijalari keltirilgan.

Kalit so'zlar: Ko'chishlar, kuchlanishlar, kuchlar, momentlar, bimomentlar, kuchlanganlik–deformatsiyalanganlik holati, bimoment nazariyasi, urinma yuk, harakat tenglamalari, chegaraviy shartlar, chekli ayirmalar usuli.

Usanov F.A. Evaluation of the stress-strain state of a plate under the action of tangential loads based on the bimoment theory.

Abstract. The article is devoted to the assessment of the stress-strain state (SSS) of a plate under the action of tangential loads applied to its facial surface, based on the bimoment plate theory. The paper proposes a methodology and program for calculating the SSS, and presents the mathematical formulation of the dynamic problem of cantilever plate vibrations. Differential equations of motion with corresponding boundary conditions are proposed, which take into account forces, moments, and bimoments. The problem was solved using the finite difference method. Numerical results for the calculation of normal stresses are presented.

Keywords: displacements, stresses, forces, moments, bimoments. stress-strain state, bimoment theory, tangential load, equations of motion, boundary conditions, finite difference method.

УДК 532.546

ЗАДАЧА АНОМАЛЬНОЙ ФИЛЬТРАЦИИ ЖИДКОСТИ В КУСОЧНО–НЕОДНОРОДНОЙ ПОРИСТОЙ СРЕДЕ

^{1,2} Хужаёров Б.Х., ³ Туйгунов Ж.Р.

¹ Самаркандский государственный университет им. Шарафа Рашидова

² Институт Математики имени В.И. Романовского Академии наук Республики Узбекистан

³ Самаркандский государственный университет архитектуры и строительства им. М. Улугбека

E-mail: b.khuzhayorov@mail.ru, tuygunovjavlonbek@mail.ru

Аннотация. В работе рассмотрена задача аномальной фильтрации жидкости в кусочно-неоднородной фрактальной пористой среде. В математической модели задачи учитывается сложная структура среды - кусочная неоднородность проницаемости. Для описания аномальности процесса используется дробная производная в уравнении пьезо-проводности. Уравнение аппроксимировано методом конечных разностей и получены численные решения. Проанализированы профили давления и скорости фильтрации при различных порядках дробной производной. Определено влияние изменения проницаемости и порядка дробной производной на распределение фильтрационных характеристик в различные моменты времени.

Ключевые слова: аномальная фильтрация, давление, дробная производная, кусочно-неоднородные среды, метод конечных разностей, неоднородная проницаемость, скорость фильтрации, фрактальная проницаемость.

Введение. Классический закон Дарси описывает течение жидкостей в пористых средах под действием перепада давления [1]. Этот закон является теоретической основой для моделирования движения жидкости через пористые среды во многих областях, таких как гидрогеология, нефтегазовая промышленность и геотехника [2]. Однако во фрактальных пористых средах вследствие изменения проницаемости во времени наблюдается замедление течения жидкости в пористых средах. Для моделирования этих явлений используется дробная производная и вводится понятие «памяти» [3,4,5]. Концепция памяти жидкости является важным фактором при рассмотрении моделей течения. В [6] представлена модель напряжения-деформации пористой среды, включающая некоторые параметры и свойства среды. Полученная математическая модель показывает влияние температуры, поверхност-

СОДЕРЖАНИЕ

К.С.Султанов, М.М.Мирсаидов, А.Нуьмонов, З.Уразмухамедова. Напряженное состояние Кызылсайской грунтовой плиты под действием статических нагрузок	3
М.К.Усаров, Д.К.Шамсиев, Ф.А.Усанов. Продольные колебания многоэтажного здания с пространственным фундаментом на основе континуальной пластинчатой пространственной модели	11
З.Сирожидинов, Х.А.Гуломова. Вероятностно-статистический анализ результатов испытаний прочности бетона.....	21
К.Мамасолиев, Э.А.Исмоилов. Математическое моделирование продольно-радиальных колебаний трансверсально-изотропных цилиндрических оболочек, нестационарно взаимодействующих с внутренней вязкой жидкостью.....	30
Ш.И.Норматов. Определение минимального коэффициента устойчивости откосов грунтовых плотин методом кругло-цилиндрической поверхности скольжения с применением автоматизированного алгоритма нахождения центра окружности.....	38
А.Э.Кудратов. Устойчивость упругого стержня с гасителями колебаний при поперечных колебаниях.....	47
Ф.А.Усанов. Оценка напряженно-деформированного состояния пластины под действием касательных нагрузок на основе бимоментной теории.....	54
Б.Х.Хужаёров, Ж.Р.Туйгунов. Задача аномальной фильтрации жидкости в кусочно-неоднородной пористой среде.....	60
С.Худайкулов, Ж.Каниев, А.Абдувахобов. многофазные волны при взаимодействии дисперсных смесей с турбулентными потоками и их применение.....	71
М.Е.Мадалиев. Численный анализ 3d крыла Onera M6 на основе моделей турбулентности SA и SST.....	76
Д.С. Яхшибаев. Динамика перемешивания стратифицированных потоков туямуянского водохранилища.....	82
Т.Р.Пулатов, Ж.А.Умрзоков. Математическое моделирование движения жидкости в гидроаккумуляторе гидрорекуперационной тормозной системы.....	86
Г.А.Юсупходжаева, Д.С.Бекчанова. Технология по производству смесовой пряжи из вторичных отходов натурального шелка.....	91
Ш.Т.Равутов. Обоснование параметров зубчатого привода хлопкоуборочного аппарата, оснащенного малогабаритными эллиптическими барабанами	96
О.С. Норкузиев. Расчетный анализ процесса съема хлопка со шпинделей хлопкоуборочных машин.....	103
Л.Э.Турсунбоев. Определение сил реакции опор прижимного устройства шлифовальной машины.....	110
Абдукаримов А., Рахмонов Х.Н. Синтез комбинированных зубчато-рычажных дифференциальных передаточных механизмов.....	117
Д.М.Мухаммадиев, Х.А.Ахмедов, Б.Х.Примов, О.Х.Абзоиров. Экспериментальное исследование привода пильного волоконотделителя с семяотводящим устройством.....	130

MUNDARIJA

К.С.Султанов, М.М.Мирсаидов, А.Ну'монов, З.Уразмухамедова. Qizilsoy gruntli to'g'onining statik kuchlar ta'sirida kuchlanishini baholash.....	3
М.К.Усаров, Ф.А.Усанов, Д.К.Шамсиев. Kontinual plastinali fazoviy model asosida fazoviy poydevorga ega ko'p qavatli binoning bo'ylama tebranishlari	11
З.Сирожидинов, Х.А.Гуломова. Beton mustahkamligi sinovlari natijalarining ehtimollik-statistik tahlili.....	21
К.Мамасолиев, Э.А.Исмоилов. Ichki qovushoq suyuqlik bilan o'zaro nostatsionar ta'sirlashuvchi transversal-izotrop silindrik qobiqning bo'ylama-radial tebranishlarini matematik modellashtirish	30
Ш.И.Норматов. Aylana markazini avtomatlashtirilgan aniqlash algoritmini qo'llab, gruntli to'g'on qiyaliklari ustuvorligini minimal ustuvorlik koeffitsiyentini doiraviy-silindrik siljish sirti usuli bilan aniqlash	38
А.Э.Кудратов. Dinamik so'ndirgichlar o'rnatilgan elastik sterjenning ko'ndalang tebranishlari ustuvorligi.....	47
Ф.А.Усанов. Bimoment nazariyasi asosida urinma yuklar ta'siridagi plastinaning kuchlanganlik-deformatsiyalanganlik holatini baholash.....	54
Б.Хужайоров, Ж.Р.Туйгунов. Bo'lakli bir jinsli bo'lmagan g'ovak muhitda suyuqliklarning anomal sizish masalasi.....	60
С.Худайкулов, Ж.Каниев, А.Абдувахобов. Dispers aralashmalar turbulent oqimlar bilan o'zaro ta'sirlashganda ko'p fazali to'lqinlar va ularning qo'llanilishi.....	71
М.Е.Мадалиев. SA va SST turbulent modeli asosida Onera M6 3D qanotining sonli tahlili	76
Д.С. Яхшибойев. Tuyamuyun suv omboridagi qatlamli oqimlar dinamika aralashishi.....	82
Т.Р.Пулатов, Ж.А.Умрзоков. Hidroreperativ tormoz tizimidagi gidroakkumulyator ichidagi suyuqlik harakatini matematik modellashtirish	86
Г.А.Юсупходжаева, Д.С.Бекчанова. Tabiiy ipakning ikkilamchi chiqindilaridan aralash yigirilgan ip ishlab chiqarish texnologiyasi	91
Ш.Т.Равутов. Kichik gabaritli elliptik barabanlar bilan jihozlangan paxta terish apparati tishli yuritmasi parametrlarini asoslash ...	96
О.С.Норкузиев. Paxta terim mashinalarining shpindel yuzasidagi paxta o'ramidan tozalash jarayonining hisobiy tahlili.....	103
Л.Э.Турсунбоев. Jilvirlash mashinasi uzatuvchi qurilmasining tayanchlaridagi reaksiya kuchlarini tadqiq qilish.....	110
А.Абдукаримов, Х.Н.Рахмонов. Kombinatsiyalangan tishli-richagli differensial uzatish mexanizmlarini sintez qilish.....	117
Д.М.Мухаммадиев, Х.А.Ахмедов, Б.Х.Примов, О.Х.Абзоиров. Chigiti chiqaruvchi qurilmali arrali tola ajratgich harakat uzatish tizimining eksperimental tadqiqoti.....	130