Uzbek Journal “Problems of Mechanics”

научная статья

DOI: 10.68846/pmjournal-2026-37-00012

Разработка математической модели электрогидравлической системы управления транспортных средств с учетом изменений температурных условий

Г.К. Аннакулова[1], **В.Ж. Астанов**[1*], **С.А. Саидов**[1]

[1] Институт механики и сейсмостойкости сооружений имени М.Т. Уразбаева Академии наук Республики Узбекистан, 100125, Ташкент, Дурман йўли, 40, Узбекистан

[*] **Автор для корреспонденции:** bekzod_astanov_1983@mail.ru

Поступила: 06 июля 2026 | **Доработана:** 15 августа 2026 | **Принята:** 05 сентября 2026 | **Опубликована:** 30 сентября 2026

АННОТАЦИЯ

В статье разработана математическая модель термогидравлической системы на основе анализа теплопередачи гидравлического контура, содержащего поршневой гидроцилиндр, насос и гидрораспределитель. Для уточненного термодинамического анализа гидросистемы предложена новая методика, основанная на решении связанной задачи, т.е задачи построения полной модели теплогидравлической системы. Результаты моделирования показали хорошую согласованность с расчетными данными.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА

электрогидравлическая система, температура, термогидравлическая система, гидроцилиндр.

Development of a mathematical model for an electro-hydraulic control system of vehicles considering changes in temperature conditions

Gulsara Annakulova[1], **Bekzod Astanov**[1*], **Sarvar Saidov**[1]

[1] Institute of Mechanics and Seismic Stability of Structures named after M.T. Urazbaev, Academy of Sciences of Uzbekistan, 40 Dormon Yuli, Tashkent 100125, Uzbekistan

[*] **Corresponding author:** bekzod_astanov_1983@mail.ru

ABSTRACT

A mathematical model of a thermo-hydraulic system has been developed based on the analysis of heat transfer in a hydraulic circuit containing a piston hydraulic cylinder, a hydraulic pump, and a hydraulic directional control valve. For a more accurate thermodynamic analysis of the hydraulic system, a new methodology is proposed based on solving a coupled problem, namely, the problem of constructing a complete thermo-hydraulic system model. The simulation results showed good agreement with the calculated data.

KEYWORDS

electro-hydraulic control system, temperature, thermo-hydraulic analysis, hydraulic cylinder.

1. Введение

Развитие автоматизации производственных процессов и широкое применение систем автоматического управления в различные области техники ставят новые более сложные задачи перед теорией автоматического управления.

Гидравлическая система использует процесс преобразования и передачи энергии, основные ее преимущества перед другими системами преобразования энергии в том, что они достигают высокой энергетической мощности. Одним из методов повышения износостойкости агрегатов гидросистем является улучшение режима их смазки путем применения рациональных температур гидравлических масел в условиях эксплуатации. [1].

В настоящее время существует два основных метода построения термогидравлических моделей гидравлических систем: программное обеспечение для моделирования и метод сосредоточенных параметров. В работе [2] предложена термогидравлическая модель с сосредоточенными параметрами гидравлической части в ЭГС. Модель построена на основе детального анализа теплопередачи гидравлической части в ЭГС. В работе [3] создана термогидравлическая модель двух прессового аксиально-поршневого насоса используя пакет AME Sim, произведен тепловой анализ для сравнения повышения температуры между двух прессовым аксиально-поршневым насосом и аксиально-поршневым насосом постоянного давления. В работе [4] термогидравлическое модульное моделирование и имитация реализованы пакетом Dymola. Другим методом построения термогидравлических моделей гидравлических систем был метод сосредоточенных параметров [5]. Метод сосредоточенных параметров широко применяется для

построения термогидравлических моделей гидравлических компонентов, таких как аккумуляторы [6], гидравлические двигатели [7] и поршневые насосы [8, 9]. Характеристики этих методов можно объяснить следующим образом:

а) Метод сосредоточенных параметров требует более сложного процесса моделирования и более длительного времени расчета, но он более гибкий для построения моделей специальных гидравлических компонентов;

б) Программное обеспечение для моделирования подходит для построения термогидравлических моделей стандартных гидравлических компонентов. Оно имеет преимущества в плане простоты и экономии времени, но не подходит для построения моделей специальных гидравлических компонентов или систем.

Оба метода имеют свою собственную применимую ситуацию. Учитывая специфику ЭГС в структуре и принципе работы, метод сосредоточенных параметров больше подходит для построения термогидравлической модели ЭГС.

2. Методы

В виду недостаточно изученного влияния температуры масла на процесс изменения работоспособности гидросистемы, внедрение методов терморегулирования в реальные технологии и процессы представляет значительный теоретический и практический интерес. Известно, что часть энергии, затрачиваемая на преодоление сопротивлений в гидросистемах транспортных средств, превращается в теплоту, поглашаемой рабочей жидкостью, которая вызывает его нагрев. Это приводит к нежелательному уменьшению вязкости рабочей жидкости, что отрицательно сказывается в стабильной работе системы.

Схема гидросистемы включающая насос, гидрораспределитель золотникового типа, гидроцилиндр и гидробак представлена на рис. 1.

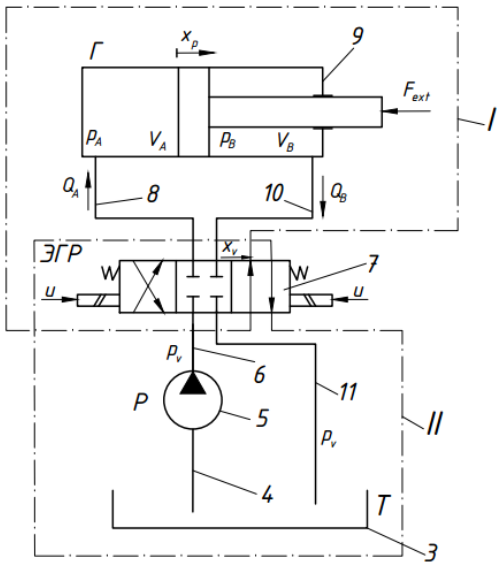


Рисунок 1. Схема теплового баланса гидравлической системы.
Heat-balance diagram of the hydraulic system.

Тепловой процесс в гидросистеме, согласно закона термодинамики описывается уравнением [10, 14]:

$$m\,di = dq_{\text{В}} + dq_{\text{ос}} - dq_{\text{р}} \tag{1}$$

где di – изменение энтальпии системы, i – удельная энтальпия, m - масса системы, $dq_{\text{В}}$ – внутреннее тепловыделение в системе, $dq_{\text{ос}}$ – тепло, переносимое в процессе теплообмена системы с окружающей средой, $dq_{\text{р}}$ – теплопоглощение в масляном радиаторе.

Полагая $c_{\text{р}} = const$ и $di = c_p\,dT$ [10, 16] уравнения (1) можно записать в форме

$$\begin{cases} m\,di = m_{\text{ж}} c_{\text{ж}}\,dT_{\text{ж}} + m_a c_a\,dT_a, \\ dq_{\text{В}} = Q_B\,dt, \\ dq_{\text{ос}} = kF(T_{\text{ос}} - T_{\text{ж}})\,dt, \\ dq_p = Q_p\,dt. \end{cases} \tag{2}$$

где $m_{\text{ж}}$, m_a - масса жидкости и агрегатов гидросистемы, $c_{\text{ж}}$, c_a - удельная теплоемкость жидкости и агрегатов, $dT_{\text{ж}}$, dT_a - текущие значения прироста температуры жидкости и агрегатов; $T_{\text{ж}}$, $T_{\text{ос}}$ - текущие значения температуры жидкости и окружающей среды, F - площадь поверхности внешней теплоотдачи системы, k - средний расчетный коэффициент теплопередачи в окружающую среду, Q_B текущее значение мощности тепловыделений в системе, связанное с давлением и расходом в рассматриваемом участке.

Предположим, что рассматриваемая гидросистема состоит из двух участков, предположительно имеющих различные текущие средние температуры T_1 , T_2 (рис. 2). Будем считать, что внутри участка средняя степень нагретости в любом поперечном сечении потока не отличается от среднемассовой температуры участков и теплообмен между участками осуществляется за счет вынужденной конвекции жидкости.

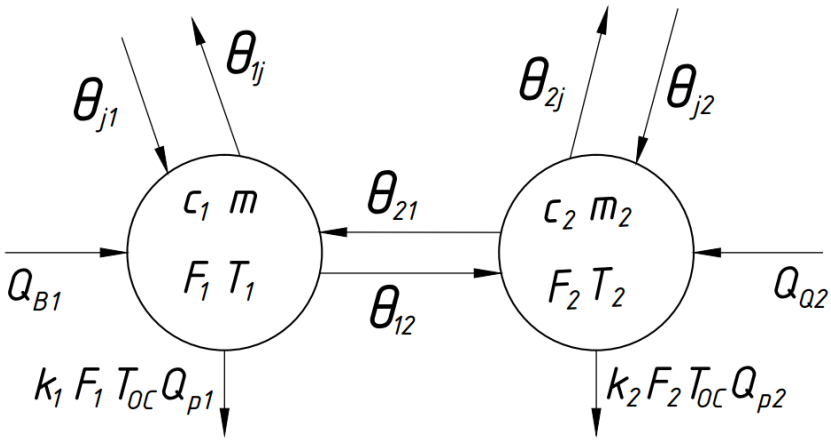


Рисунок 2. Схема внутреннего теплообмена в гидросистеме.
Diagram of internal heat exchange in the hydraulic system.

$$m_i c_i \frac{\partial T_i}{\partial t} = Q_{Bi} + k_i F_i (T_{\text{OC}} - T_i) - \sum_j (\theta_{ji} T_j - \theta_{ij} T_i), \qquad i, j = 1, 2 \tag{3}$$

где m_i – массы материалов элементов гидравлической системы, θ_{ji}, θ_{ij} – средние за цикл удельные (отнесенные к градусу температуры) тепловые потоки, переносимые жидкостью при вынужденной конвекции соответственно из i – го участка в j – й и обратно.

Рассмотрим гидравлическую систему, схема которого приведена на рис. 1. Гидравлическую систему условно можно разделить на два участка, предположительно имеющие текущие средние температуры $\widetilde{T}_1$ и $\widetilde{T}_2$. В первый участок 1 входят гидролинии 9, 11, гидроцилиндр 10 и секция распределителя 8. Во второй участок 2 входят гидробак 3, насос 5, гидролинии 4, 6, 7 и секция распределителя 8.

Для рассматриваемой гидравлической системы уравнение (3) с учетом тепловыделений в системе, связанные с давлением и расходом в рассматриваемых участках принимает вид

$$\begin{cases} i_1 \dfrac{\partial T_1}{\partial t} = -(kF_I + \theta_{12}) T_1 - \theta_{12} T_2 + p_A \dfrac{Q_A}{\eta_{\text{общ.н}}} - p_B Q_B, \\ i_2 \dfrac{\partial T_2}{\partial t} = -\theta_{21} T_1 - (kF_{II} + \theta_{21}) T_2 + p_B Q_B. \end{cases} \tag{7}$$

где F_I , F_{II} – площади поверхностей внешней теплоотдачи участков 1 и 2, определяются выражениями

$$F_I = F_8 + F_9 + F_{10} + F, \qquad F_{II} = F_3 + F_4 + F_5 + F_6 + F_7 + F_8,$$

где F_1 , F_2, F_{11} – площади поверхностей внешней теплоотдачи отдельных элементов с позициями 3. . . 11.

Величины Q_{B1} и Q_{B2} – средние за цикл теплообразования на участках в единицу времени, определяются выражениями

$$Q_{B1} = p_A \frac{Q_A}{\eta_{\text{общ.н}}} - p_B Q_B, \qquad Q_{B2} = p_B Q_B, \tag{4}$$

где p_A – давление на входе в гидроцилиндр, Q_A, $\eta_{\text{общ}}$ –расход распределителя на входе и общий к.п.д. насоса; p_B, Q_B – давление и расход на втором участке.

Величины θ_{12} и θ_{21} – средний за цикл удельный тепловый поток между участками (отнесенный к градусу температуры), определяется выражением

$$\theta_{12} = Q_{\text{ж}} \rho_{\text{ж}} c_{\text{ж}}, \tag{5}$$

$$\theta_{12} = \theta_{21} \tag{6}$$

где $\rho_{\text{ж}}$ – плотность рабочей жидкости; $Q_{\text{ж}}$ – средний расход жидкости в 2-ом участке.

T_1 и T_2 – избыточные температуры участков, определяются выражениями

$$T_1 = \widetilde{T}_1 - T_{\text{OC}}, \qquad T_2 = \widetilde{T}_2 - T_{\text{OC}}, \tag{7}$$

где i_1 и i_2 – удельные теплосодержания участков гидравлической системы.

Расход жидкости Q через дроссель, зависящий от смешения x_v золотника и от разности давлений Δp жидкости на входе и выходе распределителя записывается в форме [11]

$$Q = c_0 x_v \sqrt{\Delta p}, \tag{8}$$

где c_0 - коэффициент расхода, $c_0 = \dfrac{Q_N}{x_{v.\max}\sqrt{0.5\Delta p_N}}$, Q_N -номинальный расход и Δp_N -перепад давления , $x_{v.\max}$ - смещение золотника.

На основе формулы (8) и, принимая во внимание направление перепада давления, значения расходов Q_A и Q_B распределителя запишем в форме [12]

$$Q_A = c_0 \left[sg(x_v) sign(p_v - p_A) \sqrt{|p_v - p_A|} - sg(-x_v) sign(p_A - p_T) \sqrt{|p_A - p_T|} \right], \tag{9}$$

$$Q_B = c_0 \left[sg(x_v) sign(p_v - p_A) \sqrt{|p_B - p_T|} - sg(-x_v) sign(p_v - p_B) \sqrt{|p_v - p_B|} \right], \tag{10}$$

где p_v - давление на входе золотникового распределителя, p_T -давление на выходе золотникового распределителя, а также примем следующие обозначения:

$$\mathrm{sgn}(x) = \begin{cases} 1, & \text{при } x > 0, \\ 0, & \text{при } x = 0, \\ -1, & \text{при } x < 0, \end{cases}$$

$$sg(x) = \begin{cases} x, & \text{при } x > 0, \\ 0, & \text{при } x \le 0. \end{cases}$$

Уравнение движения золотника описываем дифференциальным уравнением второго порядка:

$$\ddot{x}_v + 2\zeta\omega_n \dot{x}_v + \omega_n^2 x_v = \omega_n^2 u \tag{11}$$

где u - управляющее воздействие от электромагнита, ω_n - собственная частота, $\omega_n = (300 \div 500)$ с-1, ζ - коэффициент демпфирования, $\zeta = (0{,}7 \div 1)$ [23].

Давления в полостях гидроцилиндра определяются следующими выражениями:

$$\dot{p}_A = \frac{E'}{V_{p1.A} + (x_{p0} + x_p) A_A} \left[Q_A - A_A \dot{x}_p \right], \tag{12}$$

$$\dot{p}_B = \frac{E'}{V_{p1.B} + (x_{p0} + x_p) A_B} \left[Q_B - A_B \dot{x}_p \right], \tag{13}$$

где $V_{p1.A}, V_{p1.B}$ - объемы трубопроводов со стороны бесштоковой А и штоковой В полостей гидроцилиндра соответственно, A_A, A_B - площади бесштоковой и штоковой полостей, E' - приведенный модуль упругости рабочей жидкости.

Приведенный модуль упругости определяем согласно [13]

$$E' = 0.5 E_{\max} \lg \left(c_1 \frac{p}{p_{\max}} + c_2 \right) \tag{14}$$

Уравнение движения штока гидроцилиндра имеет форму:

$$m\ddot{x}_p = (p_A A_A - p_B A_B) - F_{\text{тр}}(\dot{x}_p) - F_{ext}, \tag{15}$$

где т - приведенная масса штока, F_{ext} - внешняя сила, действующая на шток гидроцилиндра, $F_{\text{тр}}(\dot{x}_p)$ - сила трения,

$$F_{\text{тр}}(\dot{x}_p) = \sigma_v \dot{x}_p + sign(\dot{x}_p) \left[F_c + F_s e^{-\frac{|x_p|}{v_s}} \right]. \tag{16}$$

где σ_v -коэффициент вязкого трения F_c -сухого трения, F_s -сила статического трения оценивается на основе кривой Стрибека [13].

На основе приведенных выше соотношений (5)-(16) в пакете Matlab/Simulink разработана имитационная модель гидросистемы со следующими значениями параметров: диаметр поршня гидроцилиндра D=40 мм, диаметр штока гидроцилиндра d=25 мм, максимальный ход штока гидроцилиндра $x_{p.\max} = 200$ мм, масса штока с поршнем $m = 2$ кг, максимальное давление на входе золотника $p_v = 16$ МПа.

Simulink-модель гидросистемы (рис. 3) состоит из следующих подсистем золотника «Гидрораспределитель» и гидроцилиндра «Гидроцилиндр». В подсистеме «Гидрораспределитель» на основе данных о входном давлении p_v и давлении в баке p_T при помощи выражений (9)-(10) определяются расходы Q_A и Q_B .

В подсистеме «Гидроцилиндр» (рис. 4) реализуются уравнения (6) и (11)-(15). В качестве управляющего сигнала для золотника выбрано произведение максимального смещения золотника $x_{v.\max}$ и коэффициента расхода c_0.

Выходные переменные подсистемы - «Гидрораспределитель» являются входными для подсистемы «Гидроцилиндр»

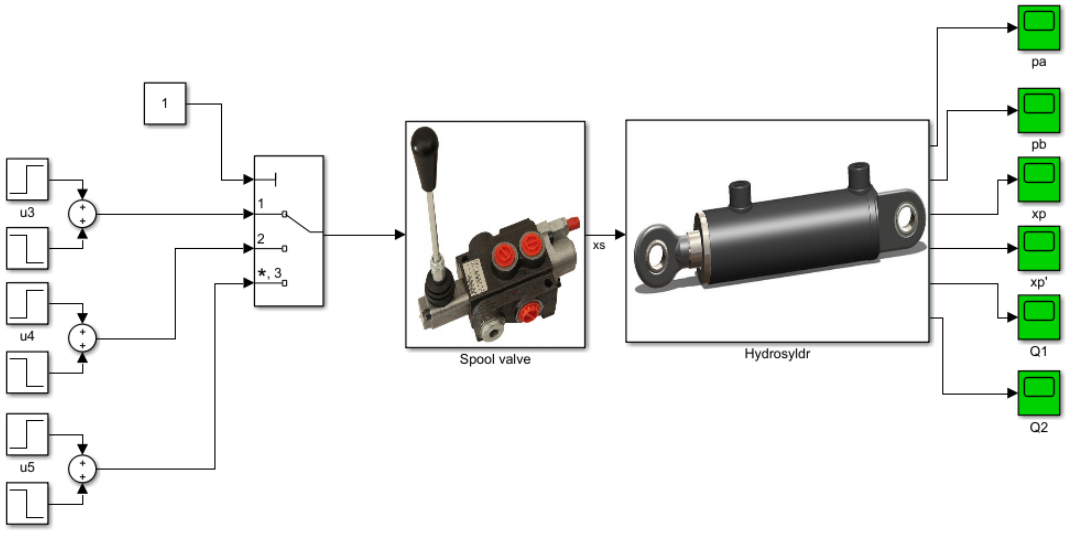


Рисунок 3. Общий вид Simulink-модели гидросистемы.
General view of the Simulink model of the hydraulic system.

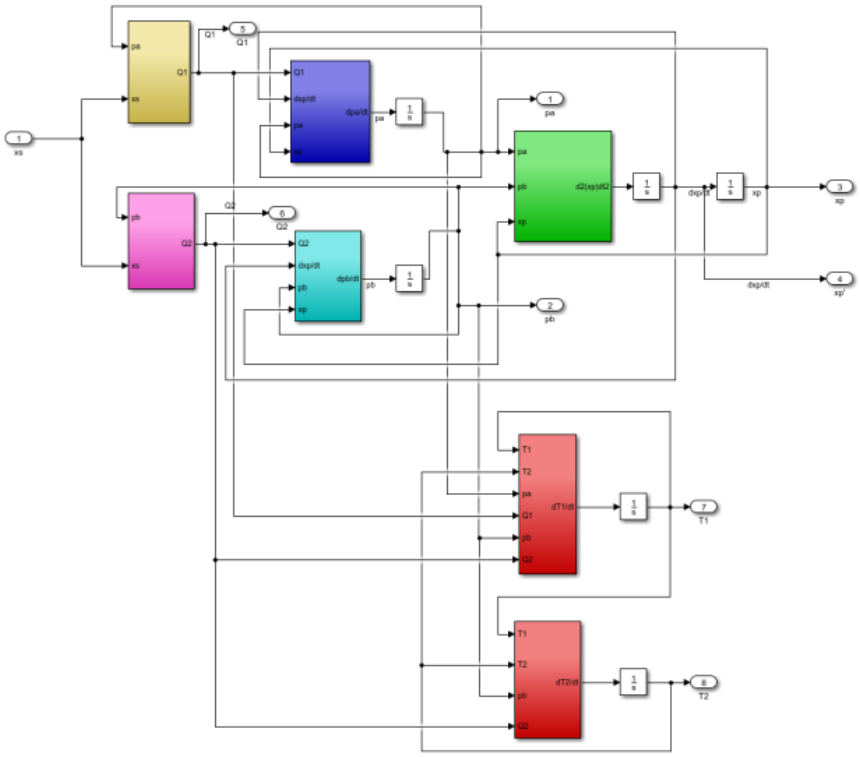


Рисунок 4. Схема математической модели гидросистемы с учётом изменения температуры.
Diagram of the mathematical model of the hydraulic system accounting for temperature changes.

3. Результаты

На рис. 5 и 6 приведены результаты моделирования изменения давлений в поршеневой части p_A гидроцилиндра и изменения температуры в гидравлической системы в I участке при значениях рабочего давления p = 8, 12 и 16 МПа.

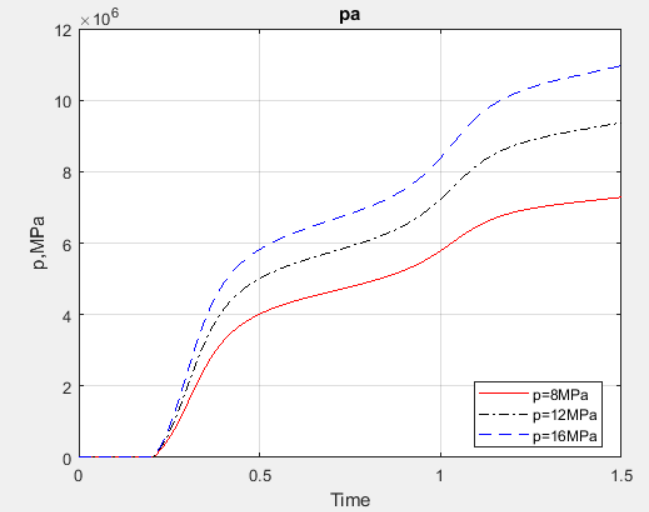


Рисунок 5. Временная реализация давлений p_A в поршневой части гидроцилиндра.
Time history of pressure p_A in the piston chamber of the hydraulic cylinder.

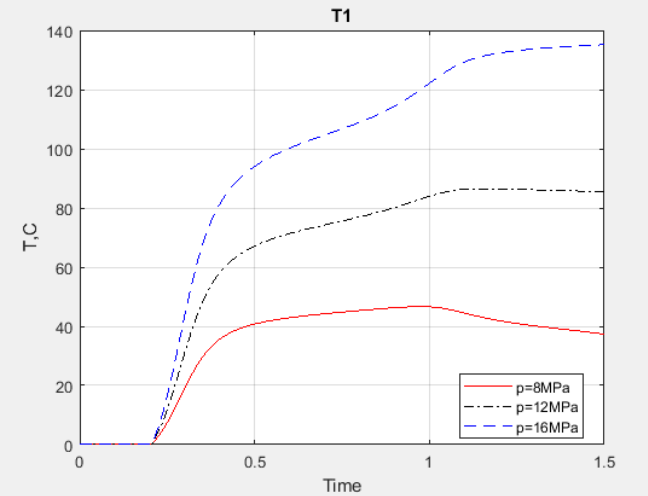
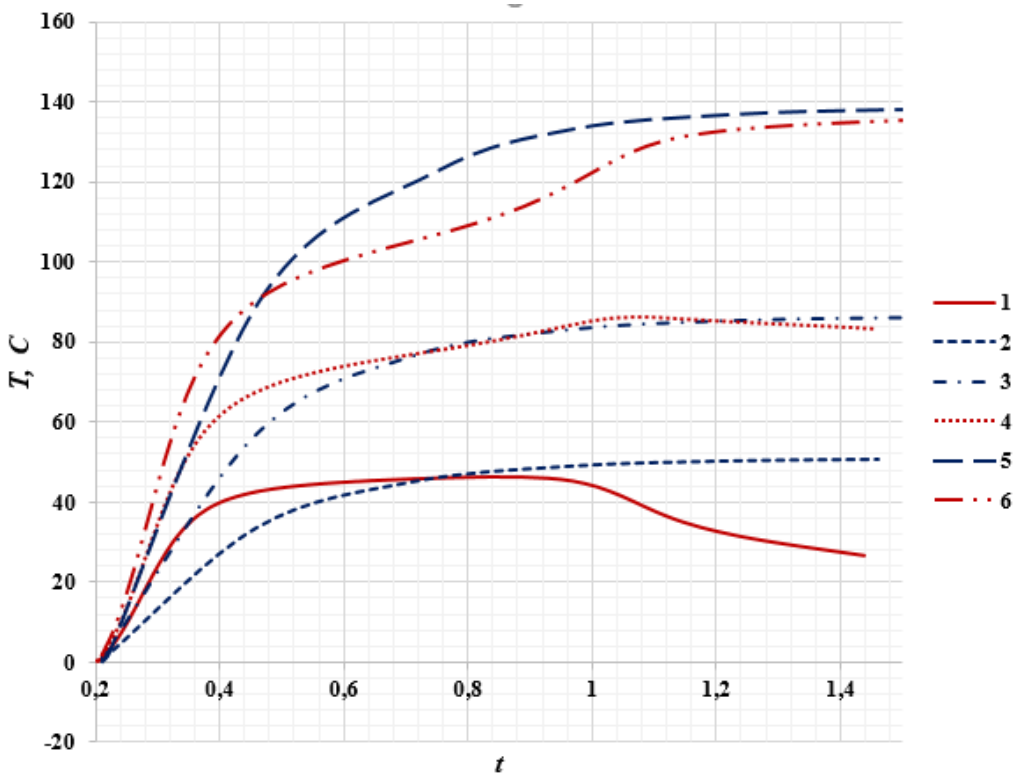


Рисунок 6. Временная реализация температуры T_1, соответствующая участку I гидросистемы.
Time history of temperature T_1 in section I of the hydraulic system.

На рис. 7 представлены сравнения результатов моделирования и расчетов работы [14] по изменениям температуры в гидравлической системе, соответствующей I участку, при значениях рабочего давления насоса p = 8, 12 и 16 МПа. Как видно из рис. 8 они дают хорошую согласованность.



1 — расчетная кривая; 2 — результат моделирования при p = 8 МПа; 3 — расчетная кривая; 4 — результат моделирования при p = 12 МПа; 5 — расчетная кривая; 6 — результат моделирования при p = 16 МПа.

Рисунок 7. Сравнение изменений температуры в гидравлической системе, соответствующей участку I.
Comparison of temperature changes in section I of the hydraulic system.

4. Выводы

Таким образом, рассмотрена задача моделирования работы объемного гидропривода с учетом теплопередачи в системе, связанные с давлением и расходом в рассматриваемом участке т.е. во входе в гидроцилиндр. На основе анализа теплопередачи типичного гидравлического контура, содержащего поршневой гидроцилиндр, насос и гидрораспределитель разработана математическая модель с сосредоточенными параметрами системы. Для уточненного термодинамического анализа гидросистемы предложена методика, основанная на методе построения полной модели теплогидравлической системы.

Особенности модели заключаются:

- модель реализует тепловой анализ типичной гидравлической системы методом сосредоточенных параметров;
- по сравнению с моделями, построенными с помощью МКЭ, эта модель имеет преимущество в экономии времени;
- с помощью моделирования и сравнения с экспериментом подтверждено точность данной модели.

Результаты моделирования показали хорошую согласованность с расчетными данными других авторов.

Статья выполнена за счет бюджетного финансирования Института механики и сейсмостойкости сооружений им. М.Т.Уразбаева Академии наук Республики Узбекистан.

Декларации / Declarations

Вклад авторов: Концептуализация, А.Г. и А.Б.; методология, А.Г.; программное обеспечение, С.С.; валидация, А.Б.; формальный анализ, А.Б.; проведение исследования, А.Г., А.Б. и С.С.; ресурсы, А.Б.; написание первоначального варианта рукописи, С.С.; рецензирование и редактирование текста, А.Г.; визуализация, А.Б.; научное руководство, А.Г.; администрирование проекта, А.Б. Все авторы прочитали и одобрили опубликованную версию рукописи.

Author Contributions: Conceptualization, A.G. and A.B.; methodology, A.G.; software, S.S.; validation, A.B.; formal analysis, A.B.; investigation, A.G., A.B. and S.S.; resources, A.B.; writing—original draft preparation, S.S.; writing—review and editing, A.G.; visualization, A.B.; supervision, A.G.; project administration, A.B. All authors have read and agreed to the published version of the manuscript.

Финансирование: Настоящее исследование выполнено при финансовой поддержке Института механики и сейсмостойкости сооружений имени М.Т. Уразбаева Академии наук Республики Узбекистан в рамках проекта «Разработка математических моделей адаптивного управления электрогидропневматическими сервоприводами транспортных средств с учетом нелинейностей».

Funding: This research was supported by the M.T. Urazbaev Institute of Mechanics and Seismic Stability of Structures of the Academy of Sciences of Uzbekistan under the project “Development of mathematical models for adaptive control of electrohydropneumatic servodrives of vehicles accounting for nonlinearities”.

Одобрение этического комитета: Этическое одобрение: не применимо.

Ethics Approval: Not applicable.

Информированное согласие и согласие на публикацию: Информированное согласие получено от всех участников исследования.

Informed Consent and Consent for Publication: Informed consent was obtained from all study participants.

Доступность данных: Данные, подтверждающие результаты данного исследования, доступны у автора для корреспонденции по обоснованному запросу.

Data Availability Statement: Data supporting the findings of this study are available from the corresponding author upon reasonable request.

Благодарности: Авторы выражают благодарность Институту механики и сейсмостойкости сооружений имени М.Т. Уразбаева Академии наук Республики Узбекистан за поддержку в проведении данного исследования.

Acknowledgments: The authors thank the M.T. Urazbaev Institute of Mechanics and Seismic Stability of Structures of the Academy of Sciences of Uzbekistan for supporting this research.

Конфликт интересов: Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

Conflicts of Interest: The authors declare that they have no conflicts of interest.

Список литературы

[1] Rilyakin YG. Obespechenie rabotosposobnosti gidroprivoda mobilnix mashin pri nizkix temperaturax. Penza: PGUAS; 2014.

[2] Badrinarayanan S, Bhinder KS, Kumar VR, Anupprasad. Thermal analysis of hydraulic system of landing gear. IOP Conference Series: Materials Science and Engineering. 2018;402:012100. https://doi.org/10.1088/1757-899X/402/1/012100.

[3] Lu N, Fu Y, Sun X. Digital modeling of double press axial piston pump and its thermal analysis basing on AMEsim. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics. 2006;32(9):1055–1058, 1086. Available from: https://www.researchgate.net/publication/296530616_Digital_modeling_of_double_press_axial_piston_pump_and_its_thermal_analysis_basing_on_AMEsim.

[4] Yonglin L, Keqiang C, Haojun X, Xinbing S. Thermal-hydraulic modeling and simulation of hydraulic system based on Dymola. Journal of System Simulation. 2010;22:2043–2047. Available from: https://www.researchgate.net/publication/286995860_Thermal-hydraulic_modeling_and_simulation_of_hydraulic_system_based_on_Dymola.

[5] Chenggong L, Zongxia J. Calculation method for thermal-hydraulic system simulation. Journal of Heat Transfer. 2008;130(8):084503. https://doi.org/10.1115/1.2928006.

[6] Li J, Zhang X, Yin Y, Zhang J. Dynamic temperature simulation of an accumulator in aircraft hydraulic systems. In: Proceedings of 2011 International Conference on Fluid Power and Mechatronics; 2011:653–657. https://doi.org/10.1109/FPM.2011.6045843.

[7] Li Y, Su X, Xu H, Li D. Thermal-hydraulic modeling and simulation of high power hydro-motor. In: 2008 Asia Simulation Conference – 7th International Conference on System Simulation and Scientific Computing; 2008:841–844. https://doi.org/10.1109/ASC-ICSC.2008.4675479.

[8] Li CG, Jiao ZX. Thermal-hydraulic modeling and simulation of piston pump. Chinese Journal of Aeronautics. 2006;19(4):354–358. https://doi.org/10.1016/S1000-9361(11)60340-3.

[9] Li Y, Xu H, Cao K, et al. Efficiency analysis and thermal-hydraulic modeling of aerial piston pump at whole work condition. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics. 2010;36(12):1469–1472. (In Chinese). Available from: https://bhxb.buaa.edu.cn/bhzk/en/article/id/11844.

[10] Önder M, Bayrak A, Aksoy S. Lyapunov based observer design for electro-hydraulic arm system. Düzce Üniversitesi Bilim ve Teknoloji Dergisi. 2022;10:773–787. https://doi.org/10.29130/dubited.1000111.

[11] Hutter K, Wang Y. Fluid and thermodynamics, Volume 2: Advanced fluid mechanics and thermodynamic fundamentals. Berlin: Springer; 2016.

[12] Popov AY. Imitasionnoe modelirovanie ob'emnogo gidroprivoda. Traktori i selxozmashini. 2018:45–52. No. 3. (In Russian).

[13] Darsht YA. Imitasionnie modeli gidroapparatov. Avtomatizasiya i sovremennie texnologii. 2005:28–30. No. 3. (In Russian).

[14] Shermukhamedov A, Astanov B, Tojiboev S. Modeling of thermal processes in flow-through hydraulic drives. In: International Scientific Conference Fundamental and Applied Scientific Research in the Development of Agriculture in the Far East. Springer Nature Switzerland; 2023:486–495. https://doi.org/10.1007/978-3-031-36960-5_55.

Отказ от ответственности / Примечание издателя

Утверждения, мнения и данные во всех публикациях принадлежат исключительно отдельным авторам и участникам и не обязательно отражают взгляды издателя, журнала или редакторов. Издатель, журнал и редакторы не несут ответственности за вред людям или ущерб имуществу, возникшие вследствие использования идей, методов, инструкций или продуктов, упомянутых в тексте. **Disclaimer of Liability/Publisher's Note**

The statements, opinions, and data contained in all publications are solely those of the individual author(s) and contributor(s) and do not necessarily reflect the views of the Publisher, the Journal, or the editors. The Publisher, the Journal, and the editors disclaim responsibility for any injury to persons or damage to property resulting from any ideas, methods, instructions, or products referred to in the content.